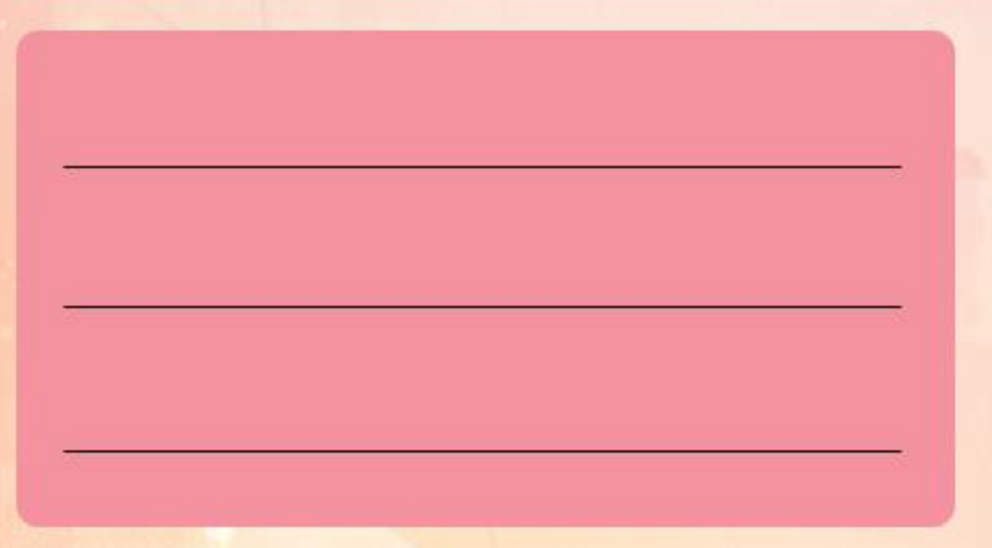
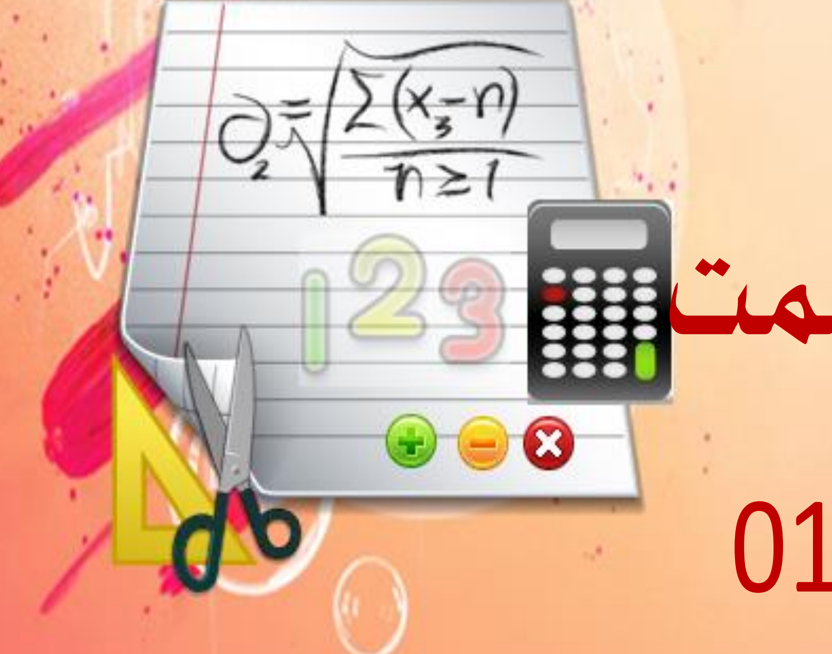
سلسلة لوبيتال

رياضيات



الصف الأول الاعدادي

الفصل الدراسي الأول



أ / أشرف حشمت

01278934601

الدرس 1 **التناسب**

إذا كان سعر كيلو التفاح هو 8 جنيهات فأكمل الجدول التالي لتحديد تكلفة عدد مختلف من الكيلوجرامات

التكلفة	8				
الوزن	1	2	3	4	5

املأ المربعات لكتابة العلاقة بين التكلفة والوزن كنسبة في أبسط صورة :

$\frac{\square}{\square} = \frac{24}{3}$ ، $\frac{\square}{1} = \frac{16}{2}$

$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{5}$ ، $\frac{\square}{\square} = \frac{32}{\square}$

ما الذي تلاحظه بشأن النسب المبسطة ؟

تحديد العلاقات التناسبية :

تكون الكميتان متناسبتين إذا كنت لهما نسبة ثابتة أو معدل وحدة ثابت وفي العلاقات التي لا تكون فيها هذه النسبة ثابتة ستكون الكميتان غير متناسبتين .

فمثلا في المثال السابق : $\frac{\text{التكلفة}}{\text{الوزن}} =$

$\frac{40}{5} = \frac{32}{4} = \frac{24}{3} = \frac{16}{2} =$ 8 جنيهات لكل كجم

كل النسب أعلاه نسب مكافئه لأنها جميعا لها نفس القيمة .

ملاحظة : يمكن إيجاد نسبة مكافئة لنسبة ما بضرب حديها في نفس العدد أو قسمتها على نفس العدد ما عدا الصفر .

التناسب : هو تساوي نسبتين أو معدلين على الأقل .

كتابة التناسب :

افترض التناسب التالي : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

فإن الكميات a , b , c , d على الترتيب توصف بأنها كميات متناسبة ويمكن كتابة التناسب كالتالي a : b = c : d

يسمى الحدان a , d بالطرفين

ويسمى الحدان b , c بالوسطين .

خاصية الضرب التبادلي :

إذا كان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ فإن $a \times d = b \times c$

(الضرب التبادلي)

إذا كان $a \times d = b \times c$ فإن a , b , c , d في تناسب .

تحديد التناسب باستخدام الضرب التبادلي

أمثلة :

1 حدد أيا من أزواج النسب التالية يمثل تناسبا :

① $\frac{12}{21}$ ، $\frac{4}{7}$

باستخدام الضرب التبادلي $4 \times 21 = 7 \times 12$

$84 = 84$

إذن $\frac{12}{21}$ ، $\frac{4}{7}$ يمثل تناسبا

② $\frac{10}{25}$ ، $\frac{6}{10}$

باستخدام الضرب التبادلي $6 \times 25 = 10 \times 10$

$150 \neq 100$

إذن $\frac{10}{25}$ ، $\frac{6}{10}$ لا يمثل تناسبا

❷ حدد أيا من أزواج النسب التالية يمثل تناسبا :

① $\frac{12}{8}$ ، $\frac{18}{12}$

....

....

② $\frac{8}{21}$ ، $\frac{3}{7}$

....

....

③ $\frac{10}{20}$ ، $\frac{4}{8}$

....

....

④ $\frac{25}{40}$ ، $\frac{30}{42}$

....

....

التمثيل البياني لعلاقات التناسب

توجد طريقة أخرى لمعرفة ما إذا كانت كميتان متناسبتين وهي رسم الكميتين على المستوى الإحداثي . إذا كان التمثيل البياني للكميتين خطا مستقيما يمر بنقطة الأصل فستكون الكميتان متناسبتين .

أمثلة :

❶ الجدول التالي يمثل المسافة التي يقطعها حيوان الكسلان بالقدم في الدقيقة حدد ما إذا كانت المسافة بالقدم متناسبة مع الزمن بالدقيقة باستخدام التمثيل البياني

الوقت بالدقيقة	0	1	2	3	4
المسافة بالقدم	0	6	12	18	24

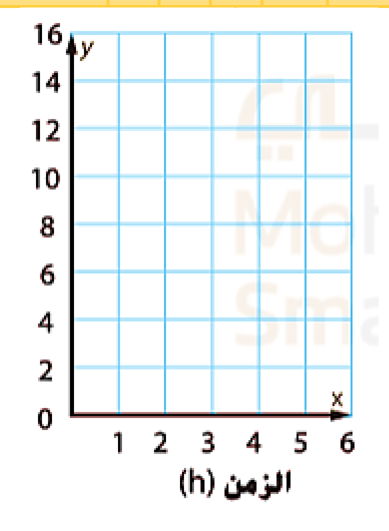
مثل الأزواج المرتبة بيانيا (المسافة ، الزمن) على المستوى الإحداثي . ثم صل الأزواج المرتبة

المسافة (ft) — الزمن (min)

يمر الخط بنقطة الأصل وهو خط مستقيم لذا فإن عدد الأقدام التي تم سيرها تتناسب مع عدد الدقائق .

❷ يوضح الجدول المقابل المسافة التي قطعها باسم بالمتر في أحد تدريبات الجري . حدد ما إذا كانت المسافة بالمتر متناسبة مع الزمن بالثانية .

الزمن بالثانية	1	2	3	4	5
المسافة بالمتر	3	6	9	12	15



....

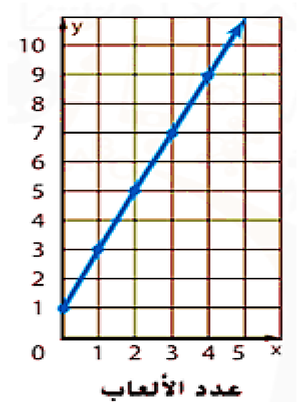
....

❸ الجدول التالي يوضح تكلفة تأجير ألعاب الفيديو من شركة ألعاب حدد ما إذا كانت التكلفة تتناسب مع عدد الألعاب التي تم تأجيرها عن طريق التمثيل البياني على المستوى الإحداثي .

عدد الألعاب	1	2	3	4
التكلفة بالجنية	3	5	7	9

الخطوة 1 اكتب الكميتين كأزواج مرتبة (عدد الألعاب ، التكلفة)

الخطوة 2 مثل الأزواج المرتبة بيانيا على المستوى الإحداثي . قم بتوصيل الأزواج المرتبة وقم بتمديد الخط إلى المحور الرأسي y

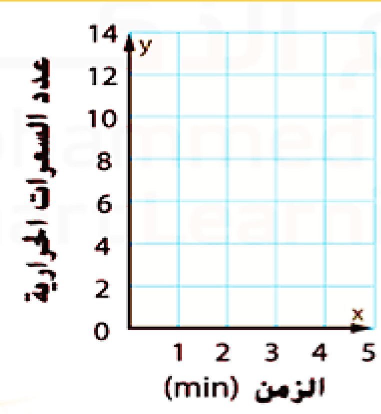


لا يمر الخط بنقطة الأصل إذن تكلفة ألعاب الفيديو لا تتناسب مع عدد الألعاب المؤجرة .

---

4 يوضح الجدول التالي عدد السعرات الحرارية التي يحرقها الرياضي في الدقيقة الواحدة من التمرين حدد ما إذا كان عدد السعرات الحرارية المحروقة يتناسب مع عدد الدقائق عن طريق التمثيل البياني على المستوى الإحداثي .

السعرات الحرارية المحروقة	
عدد السعرات الحرارية y	عدد الدقائق x
0	0
4	1
8	2
13	3



حل علاقات التناسب

أمثلة :

❶ حل كلا من التناسبات التالية :

① $\frac{21}{X} = \frac{12}{16}$

باستخدام الضرب التبادلي $21 \times 16 = 12 \times x$

$X = \frac{16 \times 21}{12} = \frac{336}{12} = 28$

② $\frac{2}{6} = \frac{5}{h}$

باستخدام الضرب التبادلي $6 \times 5 = 2 \times h$

$h = \frac{5 \times 6}{2} = \frac{30}{2} = 15$

---

❷ حل كلا من التناسبات التالية :

① $\frac{9}{10} = \frac{x}{4}$

....

....

② $\frac{5}{y} = \frac{2}{34}$

....

....

③ $\frac{n}{21} = \frac{7}{3}$

....

....

④ $a : 36 = 25 : 20$

....

....

أمثلة :

❸ يزن جسم على الأرض 90 نيوتن إذا علمت أن وزنه على القمر 15 نيوتن فكم يبلغ وزن جسم آخر على القمر إذا كان وزنه على الأرض 60 نيوتن ؟

نفرض أن X تمثل وزن الجسم الآخر على القمر

إذن $\frac{X}{60} = \frac{15}{90}$

باستخدام الضرب التبادلي $15 \times 60 = 90 \times X$

$X = \frac{15 \times 60}{90} = \frac{900}{90} = 10$

---

❹ إذا كان ثمن 3 لترات من عصير البرتقال 17 جنيها فما ثمن 5 لترات وفق المعدل نفسه ؟

....

....

....

....

....

---

❺ إذا قطعت سيارة مسافة 320 كيلومتر في 4 ساعات . فكم ساعة تحتاجها هذه السيارة لتقطع مسافة 480 كيلومتر أخرى إذا تحركت وفق نفس المعدل .

....

....

....

....

....

تمارين ومسائل

❶ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① أي مما يلي يمثل تناسبا ؟ ....

A ثمن 3 كجم من الموز هو 54 جنيها وثمن 5 كجم من الموز هو 80 جنيها .

B 10 أهداف من 12 محاولة . 12 هدفا من 18 محاولة

C قراءة 3 كتب في شهرين . وقراءة 9 كتب في ستة شهور .

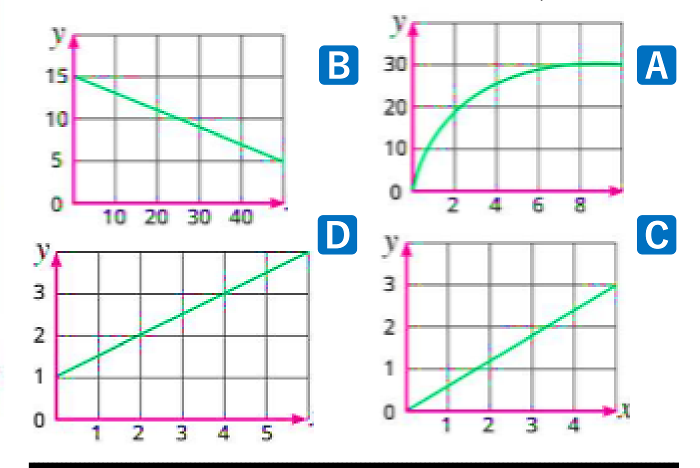
D 144 نبضة في دقيقتين . و 210 نبضات في ثلاث دقائق .

② يستطيع مجدي الجري مسافة 75 مترا في 25 ثانية إذا استمر بنفس سرعته فأي تناسب مما يأتي يمكنك استخدامه لإيجاد الزمن (X) الذي يحتاجه لقطع مسافة 300 متر ؟ ....

A $\frac{X}{300} = \frac{75}{25}$ B $\frac{300}{X} = \frac{75}{25}$

C $\frac{300}{75} = \frac{25}{X}$ D $\frac{300}{25} = \frac{75}{X}$

③ أي من العلاقات المبينة في كل مما يلي تمثل تناسبا ؟ ....



2 في كل مما يلي هل الكميات متناسبة ؟
وإذا كانت متناسبة اكتب التناسب .

① 5 , 8 , 15 , 24

....

② 12 , 27 , 16 , 18

....

3 أي مما يلي يمثل تناسبا ؟

① $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ ② $\frac{3}{4} = \frac{6}{9}$

....

③ $\frac{15}{25} = \frac{30}{60}$ ④ $\frac{5}{4} = \frac{7.5}{6}$

....

4 حل كلا من التناسبات التالية :

① $\frac{3}{4} = \frac{X}{20}$

....

② $\frac{15}{X} = \frac{20}{12}$

....

③ $a : 16 = 5 : 4$

....

④ $\frac{1}{3} = \frac{2}{b+1}$

....

⑤ $\frac{X-4}{10} = \frac{7}{5}$

....

5 أكمل التناسبات الآتية :

① $\frac{.....}{.....} = \frac{6}{8}$ ② $\frac{36}{.....} = \frac{20}{25}$

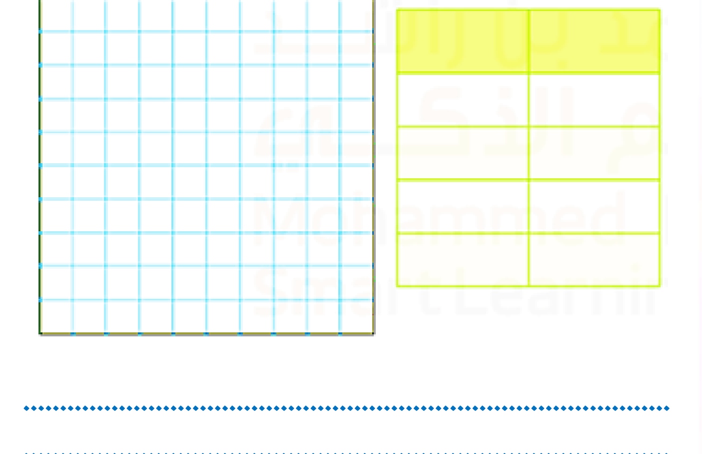
③ $\frac{.....}{15} = \frac{48}{72}$ ④ $\frac{.....}{15} = \frac{12}{.....}$

6 يوضح الجدول التالي عدد الجنيهات التي يدخرها إبراهيم خلال عدد معين من الشهور هل المبلغ يتناسب مع عدد الشهور .

المبلغ بالجنية	300	600	900	1200
عدد الشهور	2	4	6	8

....

7 استخدم جدولا وتمثيلا بيانيا لوصف حالة من الحياة اليومية تمثل علاقة تناسب . ثم اشرح كيف ستغير الحالة بحيث تمثل علاقة تناسبية .



....

8 أجب عما يأتي :

① اشترى عمر 8 تفاحات بمبلغ 60 جنيها . كم تفاحة من نفس النوع يمكن أن يشتريها بمبلغ 105 جنيهات ؟

....

....

....

....

② تستخدم سيارة 5 لترات من البنزين لقطع مسافة 40 كيلو متر ما هي كمية البنزين التي تحتاجها السيارة لتقطع مسافة 128 كيلو متر إذا سارت بنفس المعدل ؟

....

....

....

....

③ تقرأ إيمان 10 صفحات في 40 دقيقة فما الزمن بالساعات الذي تستغرقه في قراءة كتاب من 120 صفحة إذا قرأت بنفس المعدل ؟

....

....

....

....

④ نسبة الملح إلى الماء في سائل معين هي 15 : 4 ، فإذا احتوى السائل 60 جم من الماء فما عدد جرامات الملح التي يحتويها ؟

....

....

....

....

9 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① يقطع عادل بدراجته الهوائية 84 كم في 3 ساعات . إذا بقي بنفس معدل السرعة فأي تناسب مما يأتي يمكنك استعماله لإيجاد قيمة (X) التي تمثل عدد الكيلومترات التي سيقطعها في 5 ساعات

A $\frac{X}{5} = \frac{3}{84}$ B $\frac{X}{5} = \frac{84}{3}$

C $\frac{84}{X} = \frac{5}{3}$ D $\frac{X}{8} = \frac{3}{84}$

② إذا كان 15% من x يساوي 20% من y فكم تساوي X : y

A 5 : 4   B 3 : 2

C 4 : 3   D 3 : 4

③ إذا كان وزن 3 كتب من الحجم نفسه 3.66كجم ، فما وزن 9 كتب منها ؟ ....

A 10.98 كجم   B 11.98 كجم

C 28.98 كجم   D 1.22 كجم

④ المعدل الذي لا يتناسب مع المعدلات الثلاثة الأخرى هو ....

A 27.5 جنية ، 5 كجم

B 17.6 جنية ، 3.2 كجم

C 34.2 جنية ، 6 كجم

D 29.7 جنية ، 5.4 كجم

الدرس 2

تطبيقات النسبة والتناسب

أولا : مقياس الرسم

يمثل مقياس الرسم أساسا في فهم ورسم الخرائط ، ويعتبر أداة أساسية وفعالة في الرسم الهندسي وبناء النماذج .

مفهوم مقياس الرسم

مقياس الرسم هو نسبة تقارن بين البعد في الرسم إلى البعد الحقيقي

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}}$$

تذكر أن :

1 كم = 1,000 متر

1 متر = 10 ديسم = 100 سم

1 سم = 10 ملم

أمثلة :

1 إذا كان الطول في الرسم 2 سم ، والطول الحقيقي 6 متر . احسب مقياس الرسم .

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}} = \frac{2}{6 \times 100}$$

$$= \frac{2}{600} = \frac{1}{300}$$ أ، 1 : 300

أي أن كل 1سم في الرسم يقابلها 300 سم في الحقيقة .

حل آخر :

حقيقي	:	رسم	
600	:	2	$(\div 2)$
300	:	1	

2 حشرة طولها 9 ملم ، رُسمت في كتاب العلوم بطول 4.5 سم . احسب مقياس الرسم .

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}} = \frac{4.5 \times 10}{9}$$

$$= \frac{45}{9} = \frac{5}{1}$$ أ، 5 : 1

أي أن كل 5 ملم في الرسم يقابلها 1 ملم في الحقيقة .

ملاحظات :

① مقياس الرسم للتكبير > 1 ومقياس الرسم للتصغير < 1

② الأطوال الحقيقية والأطوال على الرسم بالترتيب هي أطوال متناسبة .

③ يجب كتابة وحدات قياس متجانسة في كتابة مقياس الرسم .

3 إذا كانت المسافة بين مدينتين في الحقيقة 6 كم وكانت المسافة بينهما على الخريطة 3 سم . أوجد مقياس الرسم الذي رسمت به الخريطة .

....

....

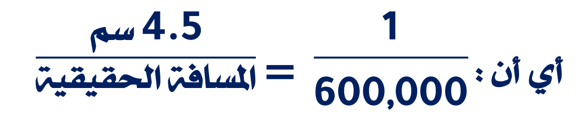
....

....

....

4 إذا كان مقياس الرسم على الخريطة هو 1 : 600,000 وكانت المسافة بين نقطتين على الخريطة تساوي 4.5 سم أوجد المسافة الحقيقية بين النقطتين .

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}} =$$



أي أن : $\frac{1}{600,000} = \frac{4.5 \text{ سم}}{\text{المسافة الحقيقية}}$

$1 \times$ المسافة الحقيقية $= 600,000 \times 4.5$ سم

وباستخدام الضرب التبادلي

المسافة الحقيقية $= 2,700,000$ سم

$= \frac{2,700,000}{100 \times 1,000} = 27$ كم

حل آخر :

حقيقي		رسم
600,000	:	1
$100 \times 1000 \times X$	:	4.5

نحذف الأصفار مع الضرب التبادلي

$X = 4.5 \times 6 = 27$

---

5 إذا كان طول قناة السويس على خريطة مقياس رسمها $1 : 1,100,000$ هو 15 سم أوجد طول الحقيقي بالكيلومترات .



....

....

....

---

6 إذا كان مقياس الرسم المسجل على إحدى الخرائط المرسومة لعدد من المدن السكنية هو $1 : 500,000$ وكان البعد بين مدينتين على الخريطة هو 3 سم . فأوجد البعد الحقيقي بينهما

....

....

....

---

7 يمثل الشكل التالي نموذجا مصغرا لغرفة حيث إن كل 1سم في النموذج يمثل 1.2 متر في الحقيقة فما مساحة الغرفة الحقيقية ؟

3 سم

2.5 سم

مقياس الرسم $= \frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}} =$

أي أن : $\frac{1 \text{ سم}}{1.2 \text{ متر}} = \frac{3 \text{ سم}}{\text{الطول الحقيقي}}$

طول الغرفة الحقيقي $= 3 \times 1.2 = 3.6$ متر

$\frac{1 \text{ سم}}{1.2 \text{ متر}} = \frac{2.5 \text{ سم}}{\text{عرض الغرفة الحقيقي}}$

عرض الغرفة الحقيقي $= 2.5 \times 1.2 = 3$ أمتار

مساحة الغرفة الحقيقية $= 3.6 \times 3 = 10.8$ متر مربع

---

8 تم التقاط صورة لإحدى العمارات السكنية حيث كان مقياس الرسم بالصورة $1 : 100$ فإذا كان ارتفاع العمارة السكنية بالصورة 3 سم ، فما هو ارتفاعها في الحقيقة ؟



....

....

....

....

....

ثانيا : التقسيم التناسبي

مفهوم التقسيم التناسبي :

التقسيم التناسبي هو تقسيم شئ (مال أ، أرض أ، وزن أ، ....) إلى جزأين أو أكثر بنسبة معلومة يستخدم التقسيم التناسبي في العديد من التطبيقات الحياتية، منها تقسيم الأرباح وتقسيم الميراث، وغيرها من التطبيقات الأخرى.

أمثلة :

1 وزع أحد الآباء مبلغ 600 جنيها بين أبنيه ماجد ورامز وذلك مع بداية العام الدراسي لشراء الزي المدرسي بنسبة 7 : 5، فما نصيب كل منهما من هذا المبلغ ؟

المجموع	:	نصيب رامز	:	نصيب ماجد
12	:	7	:	5
600	:	Y	:	X

نصيب ماجد $(X) = \frac{5 \times 600}{12} = 250$ جنيها

نصيب ماجد $(Y) = \frac{7 \times 600}{12} = 350$ جنيها

---

2 في إحدى المدارس بلغ عدد التلاميذ 560 تلميذا، فإذا كان عدد البنات $\frac{3}{5}$ عدد البنين. أوجد عدد البنين وعدد البنات بالمدرسة.

....

....

....

....

....

....

---

3 اشترك ثلاثة أشخاص في إنشاء مصنع. دفع الأول 9,000,000 جنية، ودفع الثاني 6,000,000 جنية، ودفع الثالث 7,500,000 جنية، وكانت الأرباح في نهاية العام الأول 2,250,000، وزعت الأرباح حسب مساهمة كل منهم في رأس المال. احسب نصيب كل منهم من أرباح العام الأول.

الأول	:	الثاني	:	الثالث
9,000,000	:	6,000,000	:	7,500,000
90	:	60	:	75 (÷15)
6	:	4	:	5

مجموع الأجزاء $= 5 + 4 + 6 = 15$

قيمة الجزء $= \frac{2,250,000}{15} = 150,000$ جنية

نصيب الأول $= 6 \times 150,000 = 900,000$ جنية

نصيب الثاني $= 4 \times 150,000 = 600,000$ جنية

نصيب الثالث $= 5 \times 150,000 = 750,000$ جنية

---

4 اشترك ثلاثة أشخاص في مشروع تجاري. دفع الأول 15,000 جنية، ودفع الثاني 25,000 جنية، ودفع الثالث 20,000 جنية، وكانت الأرباح في نهاية العام الأول 5,520، وزعت الأرباح حسب مساهمة كل منهم في رأس المال. احسب نصيب كل منهم من أرباح العام الأول.

....

....

....

❺ وزع أحد الآباء مبلغا من المال قدره 225 جنيها بين أبنائه الثلاثة فكان نصيب الأول ثُلث المبلغ وكانت النسبة بين نصيب الثاني ونصيب الثالث هي 3 : 2 . أوجد نصيب كل من الأبناء الثلاثة .

ثالثا : تطبيقات النسبة المئوية :

أمثلة :

❶ إذا كان سعر التليفون المحمول في أحد المتاجر 12,750 جنيها ، تم تخفيض سعره بمعدل 8% . فكم يكون سعره بعد التخفيض ؟

بعد الخصم : الخصم : قبل الخصم

92% : 8% : 100%

X   12,750

$$X = \frac{12,750 \times 92}{100} = 11,730$$

❷ في أحد المحلات التجارية كانت نسبة الخصم على المبيعات 20% فإذا اشترى أحمد بنطلونا مكتوبا عليه 80 جنيها . أوجد مقدار ما يدفعه أحمد بعد الخصم .

❸ حصلت ساندي على معدل خصم 15% من ثمن حذاء رياضي من أحد المتاجر ، فدفعت مبلغا قدره 340 جنيها . فما السعر الأصلي للحذاء ؟

بعد الخصم : الخصم : قبل الخصم

85% : 15% : 100%

340   X

$$X = \frac{340 \times 100}{85} = 400$$

❹ اشترت ناهد مكنسة كهربائية بمبلغ 220 جنيها وكان عليها خصم 20% . احسب السعر الأصلي للمكنسة قبل الخصم .

❺ اشترك عمر في خدمة الإنترنت المنزلي بمبلغ 520 جنيها شهريا مضافا إليه معدل ضريبة 14% من سعر الخدمة . فما قيمة الضريبة والمبلغ المدفع من عمر شهريا ؟

بعد إضافة الضريبة : الضريبة : قبل اضافة الضريبة

114% : 14% : 100%

X   520

$$X = \frac{520 \times 86}{100} = 592.8$$

تمارين ومسائل

❶ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① إذا كان الطول في الرسم 2 سم والطول الحقيقي 6 متر فما هو مقياس الرسم ؟ ....

A 1 : 3 B 1 : 30

C 1 : 300 D 1 : 3,000

② طول طريق على مخطط 5 سم ، بينما كان طوله على الواقع 30م فما مقياس الرسم ؟ ....

A 5 : 30 B 1 : 6

C 1 : 600 D 600 : 1

③ إذا كان مقياس الرسم 1 : 1,000 والطول في الرسم 2.5 سم ، فما هو الطول الحقيقي بالمتر ؟ ....

A 0.25 متر B 25 متر

C 2. 5 متر D 250 متر

④ إذا كان الطول الحقيقي 90 متر ومقياس الرسم 1 : 10,000 فما هو الطول في الرسم بالسنتيمتر ؟ ....

A 0.09 سم B 90 سم

C 9 سم D 0.9 سم

⑤ إذا كان مقياس رسم خريطة هو

0	30	60	90	120	كم

وكانت المسافة بين مدينتين على الخريطة هي 3سم فما هي المسافة الحقيقية بينهما ؟ ....

A 30 كم B 1,200,000 سم

C 90 كم D 90,000 سم

⑥ إذا انخفض سعر سلعة من 1,500 جنية إلى 1,200 جنية فما معدل التخفيض ؟ ....

A 3% B 15%

C 20% D 30%

⑦ قسمت قطعة أرض مساحتها 36 فدانا بين شخصين بنسبة 2 : 7 ، أي مما يأتي يمكن أن يكون نصيبا لأحد الشخصين ؟ ....

A 4 أفدنة B 14 فدانا

C 18 فدانا D 28 فدانا

⑧ اشترك وليد وجلال في شراء قطعة أرض بنسبة 2 : 3 (على الترتيب) فإذا دفع وليد 45,000 جنيها ، فكم جنيها ثمن الأرض ؟ ....

A 135,000 جنية B 90,000 جنية

C 30,000 جنية D 75,000 جنية

❷ تم تقسيم مبلغ 960 جنيها بين شخصين بنسبة 5 : 3 ، أي من نور ومرام اتبع الطريقة الصحيحة في الحل ؟ ناقش

حل نور:
نصيب الأول = $\frac{3}{5} \times 960$
نصيب الثاني = $\frac{5}{3} \times 960$

حل مرام:
نصيب الأول = $\frac{3}{8} \times 960$
نصيب الثاني = $\frac{5}{8} \times 960$

❸ أجب عن الأسئلة الآتية :

① عددان النسبة بينهما 5 : 2 فإذا كان العدد الأصغر 48 ، فما هو العدد الأكبر ؟

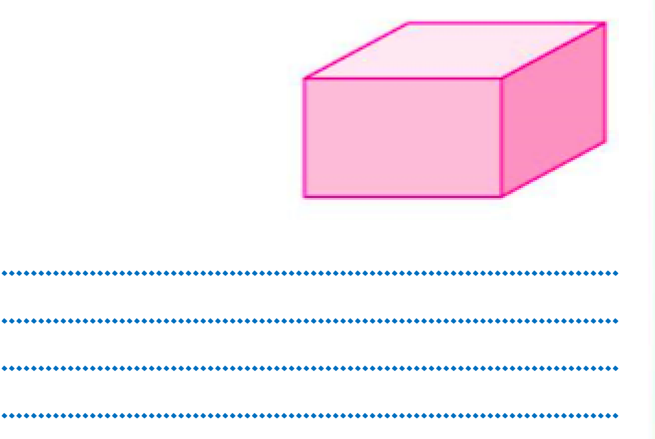
② قسم مبلغ قدره 7,200 جنية على ثلاثة أشخاص بنسبة 5 : 4 : 3 ، أوجد نصيب كل منهم .

③ يتقاضى عُمر أجرا ضعف ما يتقاضاه خالد ، إذا كان مجموع أجريهما 36,000 . فما أجر كل واحد منهما ؟

④ توفى رجل وترك ميراثا قدره 150,000 جنية عن زوجة وولدين وبنت ، فإذا كان نصيب زوجته $\frac{1}{8}$ المبلغ ، ويوزع الباقي على ولديه الاثنين وبنته الوحيدة . فكم يكون نصيب البنت ونصيب الولد علما بأن نصيب الولد إلى نصيب البنت 1 : 2

⑤ إذا كانت النسبة بين أطوال أضلاع مثلث محيطه 135 سم هي 3 : 5 : 7 فأوجد طول أكبر أضلاعه .

⑥ متوازي مستطيلات مجموع أطوال أحرفه 1,440 سم إذا كانت النسبة بين أبعاده هي 5 : 4 : 3 فأوجد حجم متوازي المستطيلات .



⑦ إذا كان عدد طلاب مدرسة 576 ، والنسبة بين عدد البنات إلى عدد البنين هي 3 : 5 فأوجد الزيادة في عدد البنات عن عدد البنين

4 أجب عن الأسئلة الآتية :

① إذا كانت المسافة الحقيقية بين مدينة القاهرة ومدينة دمياط تساوي 200 كم والمسافة بينهما على الخريطة 5 سم . أوجد مقياس رسم هذه الخريطة .

② إذا كان مقياس الرسم على الخريطة هو 1 : 4,000,000 وكانت المسافة الحقيقية بين مدينتين تساوي 350 كم . أوجد المسافة على الخريطة بين المدينتين .

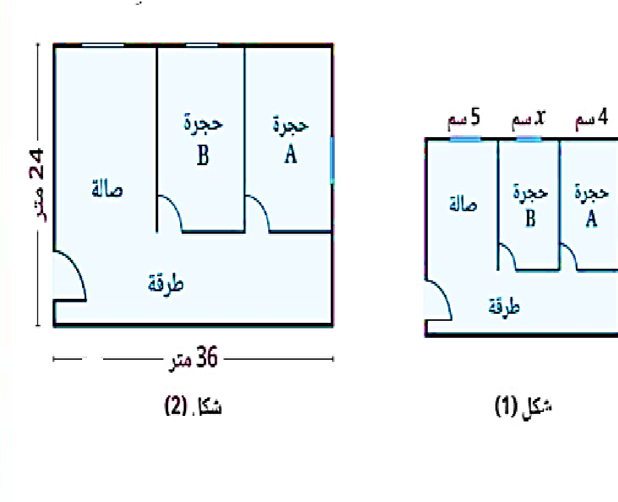
③ قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها 1200 متر مربع رسمت بمقياس رسم 1 : 200 فكان طولها في الرسم 20سم أوجد :

A الطول الحقيقي لقطعة الأرض

B العرض الحقيقي لقطعة الأرض .

④ صنع نموذج لبرج القاهرة بمقياس رسم 1 : 200 ، فإذا كان طول برج القاهرة 187 مترا ، فما طول البرج في النموذج بالسنتيمتر ؟

⑤ إذا كان شكل (1) تصغيرا لشكل (2) بمقياس رسم ما ، وكان عرض الحجرة B هو X سم ، أوجد قيمة X .



شكل (2) شكل (1)

❺ أجب عن الأسئلة الآتية :

① تبلغ تكلفة وجبة 150 جنيها ويضاف 18% من سعر التكلفة ربحا عن الوجبة ، فما سعر بيع الوجبة ؟

....

....

....

....

② ترغب مريم في شراء مكنسة كهربائية ثمنها 6,800 جنية ، فإذا كان معدل الخصم 12% ، فأوجد ما ستدفعه مريم لشراء المكنسة .

....

....

....

....

③ يحصل متجر إلكتروني على معدل عمولة 1.5% نظير تسويق بضاعة التجار ، فإذا باع خلال أسبوع بضاعة بمبلغ 42,000,000 جنية فاحسب مبلغ العمولة خلال هذا الأسبوع ؟

....

....

....

....

....

④ إذا كان سعر جهاز تليفزيون 12,600 جنية بعد تخفيض سعره بنسبة 16% ، فما سعر الجهاز قبل التخفيض ؟

....

....

....

....

....

الدرس ❸

المجموعات والعمليات عليها

مفهوم المجموعة :

المجموعة هي تجمع من الأشياء المعروفة والمحددة تحديدا تاما .

هذه الأشياء تسمى عناصر المجموعة وتكتب داخل { } دون تكرار ولا يشترط الترتيب .

التعبير عن المجموعة :

يمكن التعبير عن المجموعة إما بطريقة السرد أو الصفة المميزة أو شكل فن .

مثال : إذا كانت A مجموعة الأعداد الطبيعية الأقل من 4 فإنه يمكن التعبير عن المجموعة A بإحدى الطرق التالية :

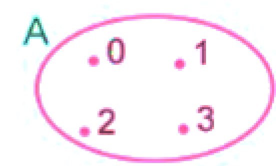
طريقة السرد :

$A = \{0 , 1 , 2 , 3\}$

طريقة الصفة المميزة :

$A = \{X : X \in N , X < 4\}$

شكل فن :



أمثلة :

❶ اكتب عناصر المجموعة B وهي مجموعة الأعداد الصحيحة الفردية المحصورة بين العدد 2 والعدد 12 بطريقة السرد .

الأعداد هي : 11 , 9 , 7 , 5 , 3

$B = \{3 , 5 , 7 , 9 , 11\}$

---

❷ اكتب عناصر المجموعة D وهي مجموعة الأعداد الصحيحة التي تقبل القسمة على 2 والمحصورة بين 7 , 3 بطريقة السرد

....

---

❸ اكتب عناصر المجموعة Z حيث : Z هي مجموعة أرقام العدد 3531 بطريقة السرد

$Z = \{3 , 5 , 1\}$

---

❹ اكتب عناصر المجموعة X حيث :

$X = \{X : X \in Z , X > -2\}$

....

---

❺ اكتب عناصر المجموعة A بطريقة الصفة المميزة : $A = \{-2 , -1 , 0 , 1 , 2\}$

$A = \{X : \in Z , -3 < X < 3\}$

---

❻ اكتب عناصر المجموعة B بطريقة الصفة المميزة : $B = \{7 , 8 , 1 , 2\}$

....

أنواع المجموعات :

المجموعة المنتهية :

هي مجموعة تحتوي على عدد منته من العناصر

مثال : $X = \{2 , 3 , 5\}$

وعدد عناصرها 3 عناصر .

المجموعة غير المنتهية :

هي مجموعة تحتوي على عدد غير منته من العناصر .

مثال : $N = \{0 , 1 , 2 , 3 , ...\}$

المجموعة الخالية :

هي مجموعة لا تحتوي على أي عناصر ويرمز لها بالرمز $\varnothing$ أو $\{\ \ \}$

مثال : مجموعة الأعداد الصحيحة المحصورة بين 1 و 2

أمثلة :

❶ حدد أيا من المجموعات التالية منتهية وأيا منها غير منتهية :

① $B = \{-6 , 2 , 1 , 5 , 9 , 12\}$

....

② $C = \{2 , 4 , 6 , 8 , 10 , ...\}$

....

③ $Z = \{X \in Z : X < 0\}$

....

④ $D = \{X \in Z : -6 < X < 3\}$

....

❷ اكتب عناصر المجموعات التالية ثم حدد أيا منها مجموعة منتهية وأيا منها غير منتهية :

① $A = \{X \in Z : X > 6\}$

....

② $B = \{X \in Z :$ X عدد زوجي بين 7 و 14 $\}$

....

③ $D = \{X \in Z : -3 < X < 4\}$

....

الاحتواء (المجموعة الجزئية)

بفرض أن : $A = \{2 , 3 , 4 , 5 , 7\}$ ،

$B = \{4 , 7\}$

تجد أن : $4 \in A \quad , \quad 4 \in B$

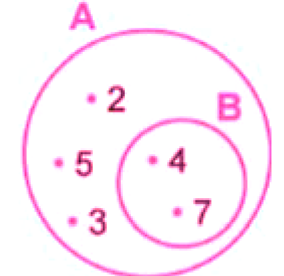
$7 \in A \quad , \quad 7 \in B$

أي أن كل عنصر من عناصر المجموعة B ينتمي للمجموعة A

ويعبر عنها بالرمز : $B \subset A$

وتقرأ : B مجموعة جزئية من A أ، A تحتوي B

وعند تمثيلها بشكل فن فإننا نرسم المجموعة B داخل المجموعة A



ملاحظة : الرمز $\in$ يقرأ " **ينتمي إلى** " ويستخدم للتعبير عن انتماء عنصر لمجموعة.

الرمز $\notin$ يقرأ " **لا ينتمي إلى** " ويستخدم للتعبير عن عدم انتماء عنصر لمجموعة.

أمثلة :

❶ أي المجموعات التالية جزئية من المجموعة $X = \{1 , 3 , 4 , 5 , 6\}$

① $A = \{3 , 5 , 9\}$ ② $B = \{1 , 5 , 6\}$

① $9 \in A$ ، $9 \notin X$ ، لذلك $A \not\subset X$

(الرمز $\not\subset$ يقرأ : ليست جزئية)

② كل عنصر من عناصر المجموعة B هو عنصر من عناصر X ، لذلك $B \subset X$

❷ إذا كانت

$A = \{-4 , -3 , -2 , -1 , 0 , 1 , 2 , 3 , 4\}$

① $B = \{-3 , -1 , 0 , 2\}$

② $C = \{-4 , -2 , 4 , 6\}$

بين هل أن كل من C , B مجموعة جزئية من المجموعة A أم لا ؟ مع ذكر السبب.

....

....

....

❸ اكتب جميع المجموعات الجزئية من المجموعة $A = \{4 , 6 , 8\}$ واذكر عددها.

المجموعات الجزئية من المجموعة A هي :

$\{4\}$ ، $\{6\}$ ، $\{8\}$

$\{4 , 6\}$ ، $\{4 , 8\}$ ، $\{6 , 8\}$

$\{4 , 6 , 8\}$ ، $\varnothing$

عدد المجموعات الجزئية من المجموعة A يساوي

$2^3 = 8$

ملاحظات :

- عدد المجموعات الجزئية من مجموعة عدد عناصرها n يساوي 2^n
- المجموعة الخالية $\varnothing$ ، والمجموعة A نفسها تسمى مجموعات جزئية غير فعلية .

---

❹ اكتب جميع المجموعات الجزئية من المجموعة $B = \{1 , 2\}$ واذكر عددها .

....

....

....

---

❺ إذا كانت : $\{1 , 3 , X\} = \{7 , Y , 1\}$ فما قيمة : $X - y$ ؟

....

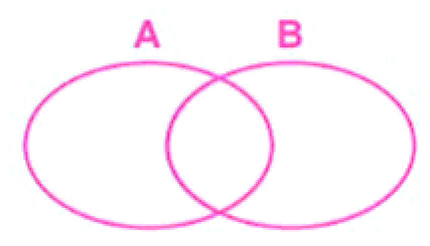
....

....

العمليات على المجموعات :

أولا : اتحاد مجموعتين :

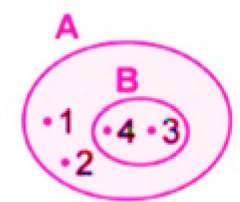
$A \cup B$ يساوي مجموعة العناصر التي تنتمي إلى المجموعة A أو المجموعة B



مثلا :

$A \cup B = \{1 , 2 , 3 , 4 , 5\}$

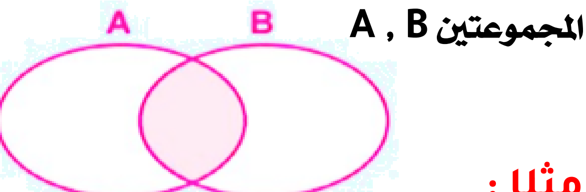
$A \cup B = \{1 , 4 , 5 , 7\}$



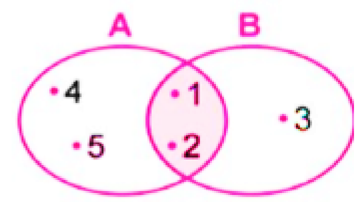
$A \cup B = \{1 , 2 , 3 , 4\}$

ثانيا : تقاطع مجموعتين :

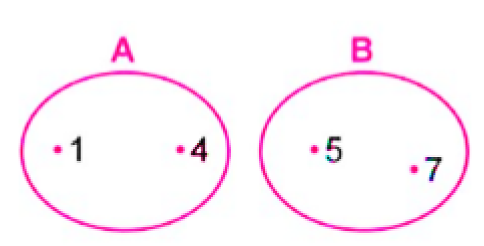
$A \cap B$ يساوي مجموعة العناصر المشتركة بين المجموعتين A , B



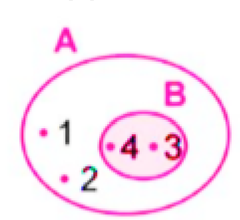
مثلا :



$A \cap B = \{1 , 2\}$



$A \cap B = \varnothing$



$A \cap B = \{3 , 4\}$

ملاحظات : لأي مجموعتين A , B

إذا كانت $B \subset A$ فإن :

$A \cap B = B$ ، $A \cup B = A$

استنتج $A \cap \varnothing = \dots\dots\dots$ ، $A \cup \varnothing = \dots\dots\dots$

إذا كانت A , B مجموعتين غير خاليتين وكان

$A \cap B = \varnothing$ فإن المجموعتين A , B متباعدتان

أمثلة :

❶ إذا كانت A هي مجموعة أرقام العدد 243 ،

B هي مجموعة أرقام العدد 2234

فهل $A = B$ ؟ وما ناتج $A \cup B$ ، $A \cap B$ ؟

$A = \{2 , 4 , 3\}$ ، $B = \{2 , 3 , 4\}$

A ، B لهما نفس العناصر بالضبط

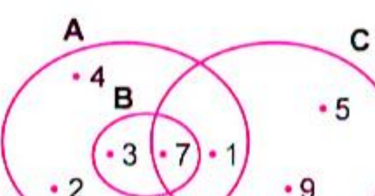
لذلك $A = B$ ويكون

$A \cup B = \{2 , 3 , 4\}$ ،

$A \cap B = \{2 , 3 , 4\}$

---

❷ من شكل فن المرسوم أوجد :



① $A \cap B$

② $B \cup C$

③ $A \cap B \cap C$

④ $A \cup (B \cap C)$

① $A \cap B = \{3 , 7\} = B$

② $B \cup C = \{3 , 7 , 1 , 9 , 5\}$

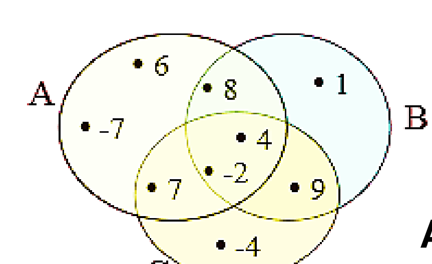
③ $A \cap B \cap C = \{7\}$

④ $A \cup (B \cap C) = \{1 , 2 , 3 , 4 , 7\} \cup \{7\}$

$= \{1 , 2 , 3 , 4 , 7\}$

---

❸ من شكل فن المرسوم أوجد :



① $A \cap B$

② $A \cup C$

③ $A \cap B \cap C$

④ $A \cup (B \cap C)$

....

....

....

....

---

❹ إذا كانت المجموعة

$A = \{-5 , -4 , -1 , 0 , 2 , 8 , 19\}$

$B = \{-5 , -2 , -1 , 1 , 2 , 6 , 20\}$ ،

$C = \{-9 , -4 , -1 , 0 , 8 , 10 , 20\}$ ،

أوجد المجموعات الآتية :

① $A \cap C$ ② $A \cap B$ ③ $A \cap B \cap C$

④ $A \cup C$ ⑤ $A \cup B$ ⑥ $A \cup B \cup C$

....

....

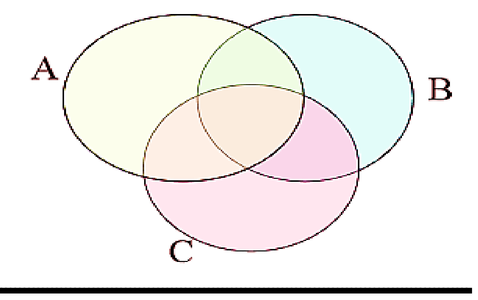
....

....

....

....

⑦ ارسم شكل فن إلى تقاطع المجموعات الثلاث



تمارين ومسائل

❶ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① إذا كانت $X \in \{2 , 5 , 8\}$ ، فما القيمة التي لا يمكن أن تساويها X ؟ ....

A 2 B 3 C 5 D 8

② إذا كانت $X \in \{3 , 4 , 1\}$ ، فإن X لا يمكن أن تساوي أيا مما يلي ؟ ....

A 1 B 2 C 3 D 4

③ إذا كانت $A = \{2 , 5 , 8\}$ ، فأي مما يلي صحيح ؟ ....

A $\{2\} \in A$ B $\{3\} \notin A$

C $\{5\} \subset A$ D $\{5 , 8\} \not\subset A$

④ إذا كانت $A = \{4 , 2 , 7\}$ وكانت $A \subset B$ فأي مما يلي يمكن أن تكون المجموعة B ؟

A $\{4 , 6\}$ B $\{1 , 3 , 5\}$

C $\{4 , 3 , 7\}$ D $\{7 , 2\}$

⑤ إذا كانت $A = \{8 , 9 , 6\}$ ، $B = \{2 , 6 , 7\}$ فما المجموعة التي تعبر عن $A \cup B$ ؟ ....

A $\{6\}$ B $\{2 , 7\}$

C $\{8 , 9\}$ D $\{2 , 6 , 7 , 8 , 9\}$

⑥ إذا كانت $A = \{8 , 9 , 6\}$ ، $B = \{2 , 6 , 7\}$ فما المجموعة التي تعبر عن $A \cap B$ ؟ ....

A $\{6\}$ B $\{2 , 7\}$

C $\{8 , 9\}$ D $\{2 , 6 , 7 , 8 , 9\}$

⑦ إذا كانت $A = \{5 , 7\}$ فما عدد المجموعات الجزئية من المجموعة A ؟ ....

A 2 B 4 C 6 D 8

⑧ إذا كانت $\{3 , 6 , 7 , X\} = \{6 , y , 3 , 5\}$ فما قيمة $X - y$ ؟ ....

A −12 B −2 C 2 D 12

⑨ إذا كانت $\{4 , 5 , 7\} \subset \{3 , X , 4 , y , 8\}$ فما قيمة $X + y$ ؟ ....

A 5 B 7 C 8 D 12

---

❷ استخدم طريقة السرد (القائمة) لكتابة كل من المجموعات التالية :

① A هي مجموعة الاعداد الطبيعية الفردية الأقل من 12

....

② B هي مجموعة الاعداد الصحيحة السالبة

....

③ C هي مجموعة أرقام العدد 12332551

④ $X = \{X : X \in Z , X > -3\}$

حيث Z مجموعة الأعداد الصحيحة.

---

❸ ضع أحد الرموز $(\in , \notin , \subset , \not\subset , =)$ في الفراغات التالية لتصبح العبارة صحيحة :

① $\{x \in Z : 3 < x < 9\}$ ...... $\{4 , 5 , 6 , 7 , 8\}$

② $\{x \in Z : -2 < x < 7\}$ ...... $\{-1 , 0 , 1 , 3 , 5\}$

③ $\{6 , 12 , 18 , 24 , 30\}$ 12

④ { x عدد زوجي : $x \in Z$ } 3

---

❹ أوجد جميع المجموعات الجزئية الفعلية للمجموعة $\{2 , 3 , 5\}$

---

❺ إذا كانت $A = \{1 , 2 , 3\}$ ، $B = \{3 , 4 , 5 , 6\}$ أوجد :

① $A \cup B$

② $A \cap B$

---

❻ إذا كانت $A = \{5 , 2 , 3 , 4\}$ ، $B = \{2 , 7\}$ أوجد :

① $A \cup B$

② $A \cap B$

---

❼ إذا كانت $A = \{5 , 2 , 3 , 7\}$ ، $B = \{4 , 5 , 7\}$ ، $C = \{7 , 2\}$ أوجد :

① $A \cap B \cap C$

② $A \cup B \cup C$

③ $(A \cup B) \cap C$

---

❽ إذا كانت :

$A = \{-3 , -2 , -1 , 0 , 1 , 2 , 3 , 4\}$ ،

$B = \{-3 , -1 , 1 , 3 , 5 , 6\}$ ،

$C = \{-2 , 1 , 3 , 4 , 7 , 8\}$ فأثبت ما يلي :

① $A \cap B = B \cap A$

② $A \cup B = B \cup A$

③ $A \cap C = C \cap A$

④ $A \cup C = C \cup A$

⑤ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

⑥ $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

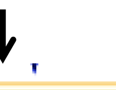
الدرس 4

العمليات على الأعداد الصحيحة

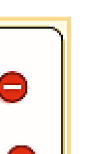
جمع الأعداد الصحيحة :

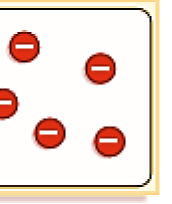
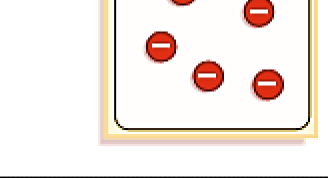
يمكنك استعمال قطع العد الموجبة والسالبة لتوضيح عملية الجمع على الأعداد الصحيحة

فالقطعة ⊕ تمثل 1 والقطعة ⊖ تمثل −1



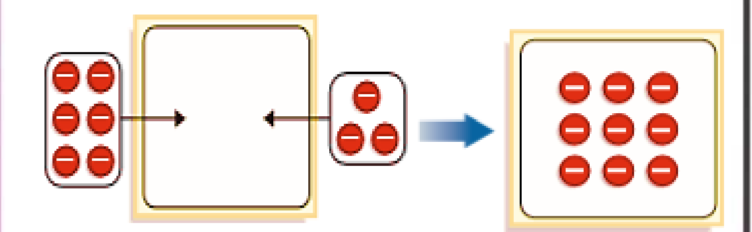
يمثل هذا الشكل العدد +4	يمثل هذا الشكل العدد −5

استخدم قطع العد لإيجاد ناتج (−3) + (−6)

نضع 6 قطع سالبة مع 3 قطع سالبة



إذن يكون : (−6) + (−3) = ☐

استعمل قطع العد أو الرسم لإيجاد مجموع

6 + 5 = ...



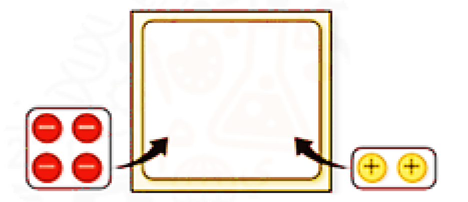
ملاحظة :

الخاصيتان التاليتان مهمتان عند التعامل مع العمليات على الأعداد الصحيحة :

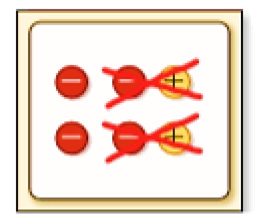
- عند ضم قطعة عد موجبة مع أخرى سالبة ، فإن الناتج يسمى زوجا صفريا ، وقيمته صفر ⊕⊖
- يمكنك إضافة أو حذف زوج صفري من قطع العد الموجبة والسالبة ، وذلك لأن إضافة الصفر أو حذفه لا يغير من قيمة العدد .

استخدم قطع العد لإيجاد ناتج 2 + (−4)

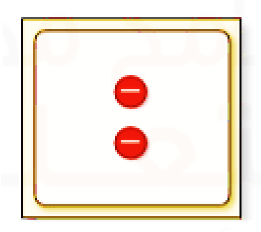
الخطوة 1 أضف ☐ من قطع العد السالبة مع ☐ من قطع العد الموجبة .



الخطوة 2 أحذف جميع الأزواج الصفرية



الخطوة 3 أوجد عدد قطع العد المتبقية



هناك ☐ قطعة عد سالبة متبقية

إذن فإن : −4 + 2 = ☐

جمع الأعداد الصحيحة

جمع عددين صحيحين لهما نفس الإشارة

لجمع عددين صحيحين لهما نفس الإشارة أجمع قيمهما المطلقة ويكون المجموع

- موجبا إذا كان العددان موجبين
- سالبا إذا كان العددان سالبين

مثلا : $7 + 4 = 11$ ، $-7 + (-4) = -11$

أمثلة :

❶ أوجد ناتج : $-3 + (-2)$

ابدأ من 0 وتحرك بمقدار 3 وحدات

إلى الأسفل لتمثيل العدد -3

ومن هناك تحرك بمقدار وحدتين

إلى الأسفل لتمثيل العدد -2

إذن فإن : $-3 + (-2) = -5$

---

❷ أوجد ناتج : $-26 + (-17)$

$-26 + (-17) = -43$

كلا من العددين سالبين لذلك فإن المجموع يكون سالبا .

---

❸ أوجد ناتج كلا مما يأتي :

① $-5 + (-7)$

....

② $-10 + (-4)$

....

جمع عددين صحيحين مختلفي الإشارة

لجمع أعداد صحيحة ذات إشارات مختلفة . اطرح قيمهما المطلقة يكون المجموع :

- موجبا إذا كانت القيم المطلقة للعدد الصحيح الموجب أكبر
- سالبا إذا كانت القيمة المطلقة للعدد الصحيح السالب أكبر .

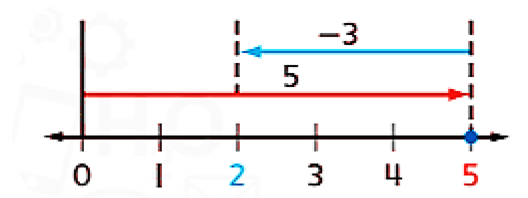
مثلا : $-9 + 4 = -5$, $9 + (-4) = 5$

ملاحظة :

عند جمع أعداد صحيحة ذات إشارات مختلفة ، ابدأ من الصفر ، تحرك إلى اليمين للحصول على أعداد صحيحة موجبة ، وتحرك إلى اليسار للحصول على أعداد صحيحة سالبة .

أمثلة :

❹ أوجد ناتج : $5 + (-3)$

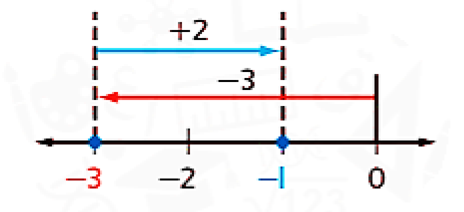


- ابدأ من 0
- تحرك 5 وحدات إلى اليمين
- تحرك 3 وحدات إلى اليسار .

إذن : $5 + (-3) = 2$

---

❺ أوجد ناتج : $-3 + 2$



- ابدأ من 0 • تحرك 3 وحدات إلى اليسار
- تحرك وحدتين إلى اليمين .

إذن : $-3 + 2 = -1$

---

6 أوجد ناتج كلا مما يأتي :

① $6 + (-7)$

....

② $-15 + 19$

....

③ $-1 + 7$

....

خواص عملية جمع الأعداد الصحيحة :

✪ خاصية الإبدال :

$a + b = b + a$

مثلا : $2 + (-3) = -3 + 2 = \square$

✪ خاصية الدمج :

$a + (b + c) = (a + b) + c$

مثلا : $2 + 5 + (-3) = (2 + 5) + (-3)$

$= \square$

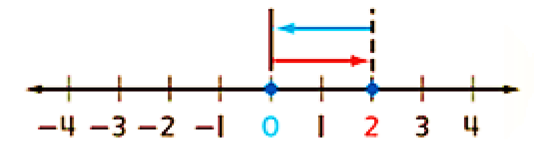
✪ خاصية العنصر المحايد الجمعي :

$a + 0 = a$

مثلا : $(-4) + 0 = \square$

ملاحظة :

كل من العددين 2 , 2– هو معكوس جمعي للآخر ، لأنهما يبعدان المسافة نفسها عن الصفر ، ولكنهما يقعان في جهتين مختلفتين منه . ويسمى كل منهما أيضا المعكوس الجمعي للآخر .



إذن : $2 + (-2) = \square$

✪ خاصية المعكوس الجمعي :

مجموع أي عدد ومعكوسه الجمعي يساوي صفرا

مثلا : $(-5) + 5 = 0$ ، $9 + (-9) = 0$

---

7 أوجد ناتج : $7 + (-7)$

$7 + (-7) = 0$

---

8 أوجد ناتج : $3 + (-8)$

$-8 + 3 = -5$

---

9 أوجد ناتج : $2 + (-15) + (-2)$

$2 + (-15) + (-2) = 2 + (-2) + (-15)$ خاصية الإبدال

$= [2 + (-2)] + (-15)$ خاصية الدمج

$= 0 + (-15)$ خاصية المعكوس الجمعي

$= -15$ خاصية العنصر المحايد الجمعي

---

⑩ أوجد ناتج كلا مما يأتي :

① $10 + (-12)$

....

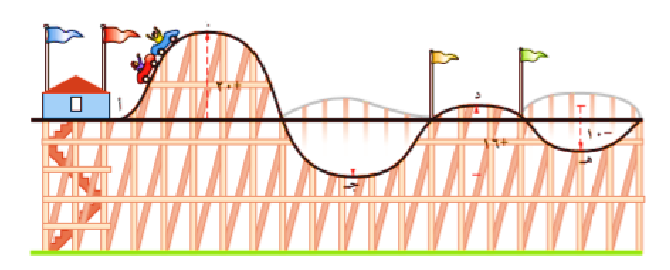
② $-13 + 18$

....

③ $(-14) + (-6) + 7$

....

يبدأ قطار الملاهي عند النقطة أ . فيتحرك لأعلى مسافة 20 قدما ، ثم لأسفل 32 قدما ، ثم لأعلى 16 قدما إلى النقطة د . اكتب جملة لإيجاد ارتفاع النقطة د بالنسبة للنقطة أ



$20 + (-32) + 16 = 20 + 16 + (-32)$

خاصية الإبدال

$= 36 + (-32) = 4$

الناتج موجب ، لذا فالنقطة د أعلى من النقطة أ بمقدار 4م .

درجة الحرارة هي -3° وبعد ساعة واحدة انخفضت بمعدل 6° وبعد ساعتين ارتفعت بمعدل 4° . اكتب عبارة تصف هذه الحالة ثم أوجد المجموع وفسره .

....
....
....

تمارين ومسائل

❶ اكتب عددا صحيحا يمثل الحالات الآتية :

① $-6 + (-8) =$ ....
② $-3 + 10 =$ ....
③ $-8 + (-4) + 12 =$ ....
④ $-22 + (-16) =$ ....
⑤ $-10 + (-15) =$ ....
⑥ $6 + 10 =$ ....
⑦ $-21 + (-21) + (-4) =$ ....
⑧ $-17 + 20 + (-3) =$ ....
⑨ $-34 + 25 + (-25) =$ ....
⑩ $-15 + 8 =$ ....
⑪ $7 + (-11) =$ ....

❷ يدخر خالد مبلغ 48 جنيها سحب منها قلم مبلغ 17 جنيها اكتب جملة الجمع المناسبة .

....
....

❸ تمتلك دينا 152 جنيها في البنك . سحبت منها 20 جنيها ثم أودعت 84 جنيها . اكتب عبارة جمع تمثل هذه الحالة . ثم أوجد المجموع وفسره .

....
....
....

4 اذكر اسم الخاصية التي يوضحها ما يلي :

① $12 + (-12) = 0$

....

② $-11 + 15 = 15 + (-11)$

....

5 احسب قيمة كل عبارة إذا كانت $x = -10$ ، $y = 7$ ، $h = -8$

① $x + 14$

....

② $h + (-5)$

....

③ $x + y$

....

④ $h + x$

....

6 اكتب عددا صحيحا يمثل الحالات الآتية :

① $18 + (-5) =$ ....

② $-19 + 24 =$ ....

③ $-4 + (-9) + 12 =$ ....

④ $14 + (-6) =$ ....

⑤ $25 + 3 + (-25) =$ ....

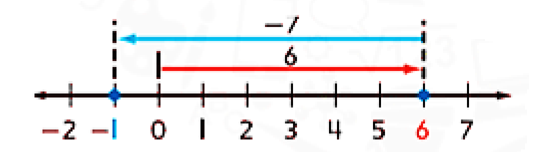
⑥ $7 + (-19) + (-7) =$ ....

طرح الأعداد الصحيحة

لطرح عدد صحيح ، اجمع معكوسه الجمعي .

مثلا : $4 - 9 = 4 + (-9) = -5$ ، $7 - (-10) = 7 + 10 = 17$

$6 - 7 = -1$ ، $6 + (-7) = -1$



أمثلة

1 أوجد ناتج : $8 - 13$

$8 - 13 = 8 + (-13) = -5$

2 أوجد ناتج : $-10 - 7$

$-10 - 7 = -10 + (-7) = -17$

3 أوجد ناتج كلا مما يأتي :

① $6 - 12$

....

② $-20 - 15$

....

③ $-22 - 26$

....

4 أوجد ناتج : $1 - (-2)$

$1 - (-2) = -1 + 2 = 3$

5 أوجد ناتج : $-10 - (-7)$

$-10 - (-7) = -10 + 7 = -3$

---

6 أوجد ناتج كلا مما يأتي :

① $18 - (-6)$

....

② $-15 - (-5)$

....

③ $4 - (-12)$

....

أمثلة

7 أوجد قيمة $y - x$ إذا كان $x = -6$ ، $y = -5$

استبدل x بـ -6 ، y بـ -5

$-6 - (-5) = -6 + 5 = -1$

---

8 أوجد قيمة $n - m$ إذا كان $m = -15$ ، $n = 8$

استبدل m بـ -15 ، n بـ 8

$-15 + (-8) = -15 - 8 = -23$

---

9 أوجد قيمة كل تعبير إذا كان إذا كان :

$a = 5$ ، $b = -8$ ، $c = -9$

① $b - 10$

....

② $a - b$

....

③ $c - a$

....

---

10 تتراوح درجات الحرارة على سطح القمر من -173° إلى 127° . أوجد الفرق بين الحد الأقصى والأدنى لدرجات الحرارة .



اطرح درجة الحرارة الأقل من درجة الحرارة الأعلى

$127 - (-173) = 127 + 173 = 300$

لذلك فإن الفرق بين درجتي الحرارة $300^\circ c$

☜ تنخفض أعمق نقطة في قاع البحر عن مستوى سطح البحر 799 مترا ، وترتفع قمة الجبل الواقع إلى الشرق من البحر 1340 مترا فوق مستوى سطح البحر . ما الفرق بين قمة الجبل وأعمق نقطة في قاع البحر ؟

....

....

....

....

تمارين ومسائل

1 اطرح :

① $14 - 17 =$ ....

② $14 - (-10) =$ ....

③ $12 - 26 =$ ....

④ $0 - 10 =$ ....

⑤ $-9 - 5 =$ ....

⑥ $-4 - 8 =$ ....

⑦ $31 - 48 =$ ....

⑧ $-25 - 5 =$ ....

⑨ $-44 - 41 =$ ....

⑩ $4 - (-19) =$ ....

⑪ $-11 - (-42) =$ ....

⑫ $52 - (-52) =$ ....

---

2 أوجد قيمة كل تعبير إذا كان $f = -6$ ، $h = 9$ ، $g = 7$

① $g - 7$

....

② $-h - (-9)$

....

③ $f - g$

....

ضرب الأعداد الصحيحة :

عددين صحيحين مختلفي الإشارة :

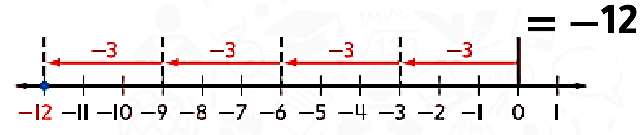
ناتج ضرب عددين صحيحين مختلفي الإشارة هو عدد سالب .

مثلا : $-5\ (7) = -35$ ، $6 \times (-4) = -24$

تذكر أن الضرب هو عملية جمع متكرر فمثلا

$4 \times (-3) = (-3) + (-3) + (-3) + (-3)$

$= -12$



وباستعمال خاصية الإبدال فإن :

$4 \times (-3) = -3 \times 4$

أمثلة :

1 أوجد ناتج : $3 \times (-5)$

$3 \times (-5) = -15$

---

2 أوجد ناتج : -6×8

$-6 \times 8 = -48$

---

3 أوجد ناتج كلا مما يأتي :

① $9 \times (-2)$

....

② -7×4

....

ضرب عددين صحيحين لهما الإشارة نفسها

ناتج ضرب عددين صحيحين لهما الإشارة نفسها هو عدد موجب.

مثلا : $2 \times 6 = 12$ ، $-10 \times (-6) = 60$

أمثلة :

4 أوجد ناتج : $-11 \times (-9)$

$-11 \times (-9) = 99$

5 أوجد ناتج : $(-4)^2$

$(-4)^2 = (-4) \times (-4) = 16$

6 أوجد ناتج : $-3 \times (-4) \times (-2)$

$-3 \times (-4) \times (-2) = [-3 \times (-4)] (-2)$

$= 12 \times (-2) = -24$

7 أوجد ناتج كلا مما يأتي :

① $12 \times (-4)$

....

② $(-5)^2$

....

③ $-7 \times (-5) \times (-3)$

....

8 تبدأ غواصة الغطس من سطح الماء بسرعة تبلغ 3 أمتار في الدقيقة. ما العمق الذي ستصل إليه بعد 7 دقائق ؟

إذا كانت الغواصة تهبط بمعدل 3 أمتار في الدقيقة، فإنها بعد 7 دقائق ستصبح على عمق $7 \times (-3) = -21$ مترا، إذن سوف تصل إلى عمق 21 مترا تحت السطح.

9 يخصم من أحمد مبلغ 10 جنيهات شهريا رسوم دفتر توفير البريد ما اجمال ما يخصم منه في سنة ؟

....

....

10 احسب قيمة العبارة xyz إذا كانت $x = -3$ ، $y = 4$ ، $z = -1$

$xyz = -3 \times 4 \times (-1) = (-12) \times (-1)$

$= 12$

☜ احسب قيمة العبارة abc إذا كانت $a = -7$ ، $b = -4$ ، $c = 2$

....

....

خواص عملية ضرب الأعداد الصحيحة :

إذا كانت a ، b ، c ثلاثة أعداد صحيحة فإن عملية ضرب الأعداد الصحيحة لها الخواص التالية :

1 **مغلقة** : حاصل ضرب أي عددين صحيحين هو عدد صحيح $(a \times b \in Z)$

2 **إبدالية** : $a \times b = b \times a$

3 **دامجة** : $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

4 **وجود محايد ضربي هو 1 :**

$a \times 1 = 1 \times a = a$

5 **خاصية توزيع الضرب على الجمع والطرح :**

$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

تمارين ومسائل

❶ أوجد ناتج كل مما يأتي :

① $6 \times (-10) =$ ....
② $(-3)^3 =$ ....
③ $(-4) \times (-3) \times (-1) =$ ....
④ $(-12) \times 8 =$ ....
⑤ $(-4) \times (-15) =$ ....
⑥ $(-4)^2 =$ ....
⑦ $(-8)\,(-2)\,(-4) =$ ....
⑧ $1 \times (-2) \times (-3) =$ ....
⑨ $11 \times (-7) =$ ....
⑩ $(-8) \times (-20) =$ ....
⑪ $-2 \times 25 =$ ....
⑫ $(-5)\,(-1)\,(-9) =$ ....

---

❷ أوجد قيمة كل تعبير إذا كان $x = -1$ ، $y = 7$ ، $h = -10$

① $5x$
....
② xyh
....
③ y^2
....

---

❸ أوجد قيمة كل تعبير إذا كان $a = -6$ ، $b = -4$ ، $c = 3$ ، $d = 9$

① $24 \,.\, (-5c)$
....
② b^2
....
③ $26 \,.\, 2a$
....
④ $b + (-2a)$
....
⑤ $28\,abc$
....

---

❹ يحرق محمد 650 سُعرا حراريا عندما يجري ساعة واحدة . وقد جرى وقد جرى 3 ساعات في أحد الأيام . اكتب عبارة ضرب تمثل الموقف .
....
....
....

---

❺ إذا بدأت درجة الحرارة بالانخفاض بمقدار درجتين كل ساعة ولمدة 3 ساعات . احسب الانخفاض الكلي في درجة الحرارة بعد مرور 3 ساعات ؟
....
....
....

قسمة الأعداد الصحيحة

قسمة عددين صحيحين مختلفي الإشارة :

ناتج قسمة عددين صحيحين مختلفي الإشارة يكون سالبا .

مثلا : $33 \div (-11) = -3$ ، $-64 \div 8 = -8$

يمكنك أيضا استخدام جمل الضرب والقسمة لإيجاد ناتج قسمة الأعداد الصحيحة ذات الإشارات المختلفة .

$2 \times (-6) = -12 \longrightarrow -12 \div 2 = -6$

$-2 \times (-6) = 12 \longrightarrow 12 \div -2 = -6$

أمثلة :

1 أوجد ناتج : $80 \div (-10)$

$80 \div (-10) = -8$

2 أوجد ناتج : $\frac{-55}{11}$

$\frac{-55}{11} = -5$

3 أوجد ناتج كلا مما يأتي :

① $20 \div (-4)$

....

② $\frac{-81}{9}$

....

③ $-45 \div 9$

....

قسمة عددين صحيحين لهما نفس الإشارة

ناتج قسمة عددين صحيحين متشابهين في الإشارة يكون موجبا .

مثلا : $15 \div 5 = 3$ ، $-64 \div (-8) = 8$

يمكنك أيضا استخدام جمل الضرب والقسمة لإيجاد ناتج قسمة الأعداد الصحيحة ذات الإشارات المختلفة .

$4 \times 5 = 20 \longrightarrow 20 \div 4 = 5$

$-4 \times 5 = -20 \longrightarrow -20 \div (-4) = 5$

أمثلة :

1 أوجد ناتج : $-14 \div (-7)$

$-14 \div (-7) = 2$

2 أوجد ناتج : $\frac{-27}{-3}$

$\frac{-27}{-3} = 9$

3 أوجد ناتج كلا مما يأتي :

① $-24 \div (-4)$

....

② $\frac{-28}{-7}$

....

③ $-9 \div (-3)$

....

4 أوجد قيمة : $-16 \div x$ إذا كان $x = -4$

$-16 \div x = -16 \div (-4) = 4$

5 أوجد قيمة $b \div a$ إذا كانت $a = -33$ ، $b = -3$

....

....

....

تمارين ومسائل

1 أوجد ناتج القسمة في كل مما يأتي :

① $32 \div (-8) =$ ....

② $\frac{42}{-7} =$ ....

③ $-30 \div (-5) =$ ....

④ $50 \div (-5) =$ ....

⑤ $-18 \div 9 =$ ....

⑥ $-15 \div (-3) =$ ....

⑦ $\frac{22}{-2} =$ ....

⑧ $\frac{84}{-12} =$ ....

⑨ $\frac{-26}{13} =$ ....

⑩ $\frac{-21}{-7} =$ ....

---

2 أوجد قيمة كل تعبير إذا كان $X = 8$ ، $y = -5$

① $15 \div y$

....

② $xy \div (-10)$

....

③ $(x + y) \div (-3)$

....

---

3 أوجد قيمة كل تعبير إذا كان $r = 12$ ، $s = -4$ ، $t = -6$

① $r \div s$

....

② $rs \div 16$

....

③ $(t - r) \div 3$

....

④ $(8 - r) \div (-2)$

....

---

4 تتراوح درجة الحرارة على كوكب المريخ من $-207^\circ f$ إلى $80^\circ f$. أوجد متوسط درجات الحرارة القصوى على سطح المريخ .

....

....

....

تمارين الكتاب المدرسي

---

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① أي من نواتج الجمع التالية تكون إشارته موجبة ؟ ....

A $19 + (-26)$ B $-35 + 17$

C $-25 + (-12)$ D $40 + (-18)$

② أي من نواتج الضرب التالية تكون إشارته سالبة ؟ ....

A $-3 \times (-9)$ B -2×5

C $0 \times (-5)$ D $-1 \times (-1)$

③ أي مما يلي يكافئ عملية الطرح

$-5-(-8)$ ؟ ....

A $5-8$ B $8-5$

C $5+8$ D $-5-8$

④ أي مما يلي يساوي -5 ؟ ....

A $0\div(-5)$ B $1\div(-5)$

C $-25\div(-5)$ D $-25\div5$

---

❷ تحقق من صحة كل من العبارتين التاليتين :

المعكوس الجمعي لعدد صحيح لا يكون سالبا دائما

ناتج ضرب عدد موجب في عدد سالب هو عدد سالب دائما .

....

....

....

---

❸ اكتشف الخطأ في كل مما يلي ، وقم بالتصويب

① $9+(-12)=21$

....

② $-3+(-5)=-2$

....

③ $-13+(-4)=17$

....

---

❹ أوجد ناتج كل مما يأتي :

① $6+(-4)=$ ....

② $-4-5=$ ....

③ $-3\times7=$ ....

④ $15\div(-3)=$ ....

⑤ $7+(-7)=$ ....

⑥ $18-40=$ ....

⑦ $-37+59=$ ....

⑧ $-72\div(-9)=$ ....

⑨ $9-(-105)=$ ....

⑩ $-17-(-24)=$ ....

⑪ $-65\div(-13)=$ ....

⑫ $420\div(-15)=$ ....

---

❺ إذا كانت كل $b=-5$ ، $a=15$ فأوجد الناتج في كل مما يلي :

① $|9-a|$

....

② $|3-b|$

....

③ $a-b$

....

④ $|15\div b|$

....

⑤ $|b\times a|$

....

⑥ $b-(-a)$

....

6 استخدم خواص الجمع أو الضرب لإيجاد ناتج كل مما يلي :

① $-6 + (-13) + 6$

....

② $-4 \times (-19) \times 25$

....

③ -9×102

....

7 في مدينة سانت كاترين بجنوب سيناء ، سجلت درجة الحرارة العظمى في أحد أيام الشتاء 11 درجة مئوية ثم انخفضت أثناء الليل 15 درجة مئوية ، لتصبح أقل درجة حرارة لهذه المدينة أوجد هذه الدرجة مستخدما جمع الأعداد .

....
....
....
....

8 تتحرك غواصة عموديا أسفل الماء وعندما وصلت إلى عمق 84 مترا بدأت الغواصة في الصعود مرة أخرى ، حدد موقعها بعد 20 دقيقة إذا كانت تتحرك لأعلى بسرعة 4 متر / دقيقة .

....
....
....
....

الدرس 5

العمليات على الأعداد النسبية

مجموعة الأعداد النسبية :

مجموعة الأعداد النسبية (Q) هي مجموعة جميع الأعداد التي يمكن كتابتها على صورة كسر $\frac{a}{b}$ حيث a , b عددان صحيحان ، $b \neq 0$

$$Q = \{\frac{a}{b} : a \in Z , b \in Z , b \neq 0\}$$

بناء على التعريف السابق فإن :

مجموعة أعداد العد ومجموعة الأعداد الطبيعية ومجموعة الأعداد الصحيحة جميعها مجموعات جزئية من مجموعة الأعداد النسبية .

مثال :

الأعداد : 80% ، -6 ، 0.36 ، $1\frac{2}{5}$

كلها تمثل أعداد نسبية

ملاحظات :

- العدد النسبي يكون موجبا إذا كان $ab > 0$ ويكون سالبا إذا كان $ab < 0$
- العدد النسبي يعبر عن عدد صحيح إذا كان a تقبل القسمة على b

مثال :

$3 = \frac{24}{8}$ تعبر عن عدد صحيح ،

$-7 = \frac{-63}{9}$ تعبر عن عدد صحيح

$\frac{25}{7}$ لا تعبر عن عدد صحيح

الصور المختلفة للعدد النسبي :

1 كتابة العدد النسبي في صورة نسبة مئوية :

لكتابة أعداد نسبية مثل : $\frac{3}{4}$ ، $\frac{7}{5}$ على صورة نسبة مئوية :

$$\frac{3}{4}=\frac{3\times25}{4\times25}=\frac{75}{100}=75\%$$

$$\frac{7}{5}=\frac{7\times20}{5\times20}=\frac{140}{100}=140\%$$

يمكن التغاضي عن الخطوات السابقة باستخدام الآلة الحاسبة مباشرة .

أمثلة :

1 اكتب كلا من الأعداد الآتية على صورة نسبة مئوية :

① $\frac{1}{2}=\frac{1\times50}{2\times50}=\frac{50}{100}=50\%$

② $2\frac{1}{4}=\frac{9}{4}=\frac{9\times25}{4\times25}=\frac{225}{100}=225\%$

---

2 اكتب كلا من الأعداد الآتية على صورة نسبة مئوية :

① $\frac{3}{20}$

....

② $2\frac{1}{2}$

....

---

2 كتابة العدد النسبي في صورة كسر عشري منته :

لكتابة أعداد نسبية مثل : $\frac{3}{4}$ ، $\frac{7}{5}$ على صورة نسبة مئوية :

$$\frac{3}{4}=\frac{3\times25}{4\times25}=\frac{75}{100}=0.75$$

$$\frac{7}{5}=\frac{7\times2}{5\times2}=\frac{14}{10}=1.4$$

يمكن التغاضي عن الخطوات السابقة باستخدام الآلة الحاسبة مباشرة .

أمثلة :

1 اكتب كلا من الأعداد الآتية على صورة عدد عشري منته :

① $\frac{1}{4}=\frac{1\times25}{4\times25}=\frac{25}{100}=0.25$

② $\frac{-7}{20}=\frac{-7\times5}{20\times5}=\frac{-35}{100}=-0.35$

---

2 اكتب كلا من الأعداد الآتية على صورة عدد عشري منته :

① $\frac{7}{25}$

....

② $2\frac{1}{5}$

....

③ $\frac{-3}{8}$

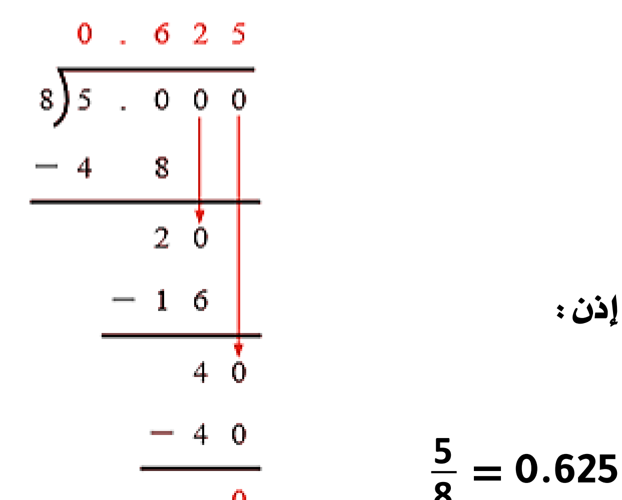
....

ملاحظة :

يمكن استخدام القسمة لكتابة العدد النسبي في صورة كسر عشري .

أمثلة :

❶ استخدم القسمة لكتابة $\frac{5}{8}$ بالصورة العشرية



إذن :

$\frac{5}{8} = 0.625$

❷ استخدم القسمة لكتابة كل مما يأتي بالصورة العشرية .

① $\frac{5}{16}$ ② $\frac{3}{8}$

....

....

....

❸ كتابة العدد النسبي في صورة عدد عشري غير منته :

عند استخدام القسمة لكتابة $\frac{3}{9}$ بالصورة العشرية نجد أن الكسر العشري المكافئ هو ...0.333

نلاحظ أن :

$$\begin{array}{r} 0.333 \\ 9)\overline{3.000} \\ -2\,7 \\ \hline 30 \\ -27 \\ \hline 30 \\ -27 \\ \hline 3 \end{array}$$

الرقم 3 يتكرر بشكل غير منته .

يسمى الكسر العشري ...0.333 كسرا عشريا دائريا وللتعبير عن تكرار رقم بشكل غير منته أضع إشارة (ــ) فوق الأرقام المتكررة فقط

مثل : $\frac{2}{9}$ يكتب في صورة كسر عشري غير منته

...0.222 أو $0.\bar{2}$ (يقرأ 0.2 دائر)

النقاط الثلاث تعني أن الكسر العشري غير منته

الشرطة فوق رقم واحد أو أكثر تعني أن هذه الأرقام تتكرر

يمكنك استخدام الآلة الحاسبة لتحويل عدد نسبي في صورة $\frac{a}{b}$ إلى عدد عشري دائر والعكس كالتالي :

- لكتابة العدد $\frac{2}{9}$ على صورة عدد غير منته (دائر)

نكتب على الآلة $\frac{2}{9}$ ثم نضغط = ثم D ⇔ S

فنحصل على 0.22222222 وتكتب $0.\bar{2}$

- والعكس لكتابة العدد $0.\bar{2}$ على صورة $\frac{a}{b}$ نكتب على الآلة 0.22222222 وتكرر العدد 2 حتى أخر الشاشة ثم نضغط = فنحصل على العدد $\frac{2}{9}$

أمثلة :

❶ أكمل :

① العدد $0.\overline{57}$ = ... على صورة $\frac{a}{b}$ في أبسط صورة .

② العدد $0.\bar{7}$ = ... على صورة $\frac{a}{b}$

العمليات على الأعداد النسبية

أولا : جمع الأعداد النسبية :

❶ جمع عددين نسبيين متحدي المقام :

إذا كان a , b عددين نسبيين مقاماهما متساويان

فإن : $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$

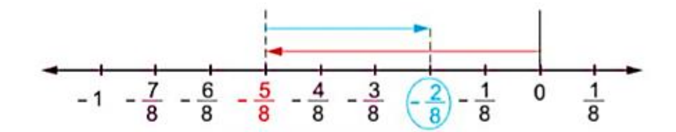
أمثلة :

❶ أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

① $\frac{-5}{8}+\frac{3}{8}$

$$\frac{-5}{8}+\frac{3}{8}=\frac{-5+3}{8}=\frac{-2}{8}=\frac{-1}{4}$$

يمكن استخدام استراتيجية خط الأعداد كالتالي :



② $\frac{5}{9}+\frac{2}{9}$

$$\frac{5}{9}+\frac{2}{9}=\frac{5+2}{9}=\frac{7}{9}$$

③ $\frac{-1}{4}+\left(\frac{-3}{4}\right)$

$$\frac{-1}{4}+\left(\frac{-3}{4}\right)=\frac{-1+(-3)}{4}=\frac{-4}{4}=-1$$

❷ أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

① $\frac{3}{7}+\left(\frac{-6}{7}\right)$

....

② $\left|\frac{-8}{9}\right|+2\frac{1}{9}$

....

③ $\left|\frac{-5}{9}\right|+\left(\frac{-1}{9}\right)$

....

④ $2\frac{1}{7}+\frac{5}{7}$

....

❷ جمع عددين نسبيين مختلفي المقام :

إذا كان a , b عددين نسبيين مقاماهما متساويان

فإن : $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$

أمثلة :

❶ أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

① $\frac{1}{4}+\left(-\frac{1}{3}\right)$

$$\frac{1}{4}+\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{3+(-4)}{12}=\frac{-1}{12}$$

② $2.6+2.\overline{6}$

$$2.6+2.\overline{6}=2\frac{6}{10}+2\frac{2}{3}=2\frac{3}{5}+2\frac{2}{3}$$
$$=2\frac{9}{15}+2\frac{10}{15}=4\frac{19}{15}=5\frac{4}{15}$$

③ $-3\frac{1}{2}+2\frac{5}{6}$

نحول العدد الكسري إلى كسر غير فعلي

$-3\frac{1}{2}+2\frac{5}{6}=-\frac{7}{2}+\frac{17}{6}$

نوجد (م . م . أ) للمقامات وهو 6

$-\frac{21}{6}+\frac{17}{6}$

إذن : $-\frac{21}{6}+\frac{17}{6}=\frac{-21+17}{6}=\frac{-4}{6}$

$=-\frac{2}{3}$

---

❷ أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

① $\frac{-1}{5}+\frac{2}{3}$

....

....

② $0.\overline{4}+1\frac{2}{3}$

....

....

③ $-2\frac{1}{3}+4\frac{5}{12}$

....

....

④ $2.4+\left(-\frac{12}{5}\right)$

....

....

عملية جمع الأعداد النسبية لها نفس خواص جمع الأعداد الصحيحة وهي :

❶ مغلقة ❷ إبدالية ❸ دامجة

❹ وجود المحايد الجمعي 0

❺ وجود المعكوس الجمعي .

أمثلة :

❶ استخدم خواص جمع الأعداد النسبية في إيجاد ناتج كل مما يلي :

① $\frac{-3}{5}+\frac{2}{15}+\frac{8}{5}$

$\frac{-3}{5}+\frac{2}{15}+\frac{8}{5}=\frac{-3}{5}+\frac{8}{5}+\frac{2}{15}$ (الإبدال)

$=\left(\frac{-3}{5}+\frac{8}{5}\right)+\frac{2}{15}$ (الدمج)

$1+\frac{2}{15}=1\frac{2}{15}$

② $\frac{-7}{4}+\frac{2}{5}+\frac{7}{4}$

$\frac{-7}{4}+\frac{2}{5}+\frac{7}{4}=\frac{-7}{4}+\frac{7}{4}+\frac{2}{5}$ (الإبدال)

$=\left(\frac{-7}{4}+\frac{7}{4}\right)+\frac{2}{5}$ (الدمج)

$=0+\frac{2}{5}=\frac{2}{5}$ (المحايد الجمعي)

③ $5\frac{1}{2}+3\frac{1}{4}+\left(\frac{-11}{2}\right)$

نحول الأعداد الكسرية إلى كسور فعلية

$=\frac{11}{2}+\frac{13}{4}+\left(-\frac{11}{2}\right)$ (الإبدال)

$\frac{11}{2}+\left(-\frac{11}{2}\right)+\frac{13}{4}$

$=\left(\frac{11}{2}+\left(-\frac{11}{2}\right)\right)+\frac{13}{4}$ (الدمج)

$=0+\frac{13}{4}=\frac{13}{4}$ (المحايد الجمعي)

❷ استخدم خواص جمع الأعداد النسبية في إيجاد ناتج كل مما يلي :

① $\frac{-2}{7} + 1 + \frac{4}{14}$

....
....
....
....

② $1\frac{1}{4} + 0.6 + \frac{-1}{4}$

....
....
....
....

③ $6\frac{1}{4} + (-5.2) + (-6.25)$

....
....
....
....

تمارين ومسائل

❶ أوجد ناتج القسمة في كل مما يأتي :

① $\frac{5}{7} + \frac{6}{7} =$ ....

② $\frac{3}{8} + \left(-\frac{7}{8}\right) =$ ....

③ $-\frac{3}{4} + \left(-\frac{3}{4}\right) =$ ....

④ $-\frac{7}{8} + \frac{1}{3} =$ ....

⑤ $\frac{1}{15} + \left(-\frac{3}{5}\right) =$ ....

⑥ $\frac{5}{8} + \frac{11}{12} =$ ....

⑦ $8\frac{3}{8} + 10\frac{1}{3} =$ ....

⑧ $3\frac{2}{7} + 4\frac{3}{7} =$ ....

⑨ $3\frac{1}{4} + 2\frac{5}{6} - 4\frac{1}{3} =$ ....

⑩ $-\frac{3}{4} + \frac{5}{9} + \frac{7}{4} =$ ....

---

❷ صنع عمر بطاقة تهنئة باستخدام $\frac{1}{8}$ ورقة حمراء ، و $\frac{3}{8}$ ورقة خضراء ، و $\frac{7}{8}$ ورقة بيضاء .
كم عدد الأوراق التي استخدمها عمر ؟

....
....
....

---

❸ اشترى عادل $\frac{1}{4}$ كيلو جرام من البرتقال واشترى $\frac{5}{8}$ من الموز . احسب المجموع الإجمالي لمشتريات عادل .

....
....
....

---

❹ استخدمت مريم $2\frac{1}{4}$ كوب دقيق لأعداد فطيرة و $2\frac{1}{3}$ كوب دقيق لأعداد خبز احسب اجمالي كمية الدقيق المستخدمة

....
....
....

ثانيا : طرح الأعداد النسبية :

عملية طرح $\frac{c}{d}$ من $\frac{a}{b}$ هي نفسها عملية جمع العدد $\frac{a}{b}$ مع المعكوس الجمعي للعدد $\frac{c}{d}$

إذا كان $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{d}$ عددين نسبيين فإن :

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + \left(\frac{-c}{d}\right)$$

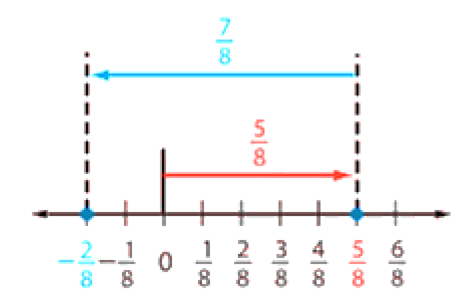
أمثلة :

❶ أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

① $\frac{5}{8} - \frac{7}{8}$

$$\frac{5}{8} - \frac{7}{8} = \frac{5-7}{8} = \frac{-2}{8} = \frac{-1}{4}$$

يمكن استخدام استراتيجية خط الأعداد كالتالي :



② $-\frac{5}{8} - \frac{3}{8}$

$$-\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{-5-3}{8} = \frac{-8}{8} = -1$$

③ $2\frac{1}{3} - 1\frac{2}{3}$

الطريقة الأولى :

تحويل العدد الكسري إلى كسر فعلي

$$2\frac{1}{3} - 1\frac{2}{3} = \frac{7}{3} - \frac{5}{3} = \frac{7-5}{3} = \frac{2}{3}$$

الطريقة الثانية

$$(2-1) + \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{3}\right) = 1 + \left(-\frac{1}{3}\right) =$$

$$\frac{3}{3} + \left(\frac{-1}{3}\right) = \frac{3+(-1)}{3} = \frac{2}{3}$$

---

❷ أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

① $\frac{5}{9} - \frac{2}{9}$

....

② $\frac{5}{14} - \left(-\frac{1}{14}\right)$

....

③ $-\frac{4}{5} - \left(-\frac{1}{5}\right)$

....

④ $8\frac{2}{3} - 2\frac{1}{2}$

....

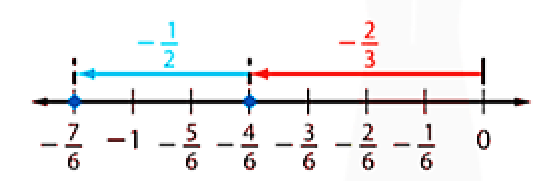
أمثلة :

❶ أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

① $-\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$

$$-\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{-4-3}{6} = \frac{-7}{6} = -1\frac{1}{6}$$

يمكن استخدام استراتيجية خط الأعداد كالتالي :



② $2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{4}$

تحويل العدد الكسري إلى كسر فعلي

$2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{4} = \frac{5}{2} - \frac{13}{4}$

(م . م . أ) للمقامات = 4

$\frac{5}{2} - \frac{13}{4} = \frac{10}{4} - \frac{13}{4} = \frac{-3}{4}$

③ $-3\frac{2}{3} - 2\frac{5}{6}$

تحويل العدد الكسري إلى كسر فعلي

$-3\frac{2}{3} - 2\frac{5}{6} = -\frac{11}{3} - \frac{17}{6}$

(م . م . أ) للمقامات = 4

$-\frac{11}{3} - \frac{17}{6} = -\frac{22}{6} - \frac{17}{6} = -\frac{39}{6} = -6\frac{1}{2}$

④ $35\% - \left|\frac{-3}{5}\right|$

$= 35\% - \left|\frac{-3}{5}\right| = \frac{35}{100} - \frac{3}{5} = \frac{7}{20} - \frac{3}{5}$

$= \frac{35-60}{100} = \frac{-25}{100} = \frac{-1}{4}$

⑤ $0.36 - \frac{2}{25}$

$= 0.36 - \frac{2}{25} = \frac{36}{100} - \frac{2}{25} = \frac{9}{25} - \frac{2}{25} = \frac{7}{25}$

---

2 أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

① $\frac{3}{5} - \left(-\frac{1}{2}\right)$

....

② $4\frac{7}{10} - 1\frac{3}{5}$

....

....

③ $25\% - 0.\overline{16}$

....

....

④ $13 - 5\frac{5}{6}$

....

....

تمارين ومسائل

1 أوجد ناتج القسمة في كل مما يأتي :

① $\frac{9}{10} - \frac{3}{10} =$ ....

② $-\frac{5}{9} - \frac{2}{9} =$ ....

③ $\frac{5}{8} - \frac{1}{4} =$ ....

④ $\frac{1}{2} - \left(-\frac{2}{5}\right) =$ ....

⑤ $\frac{3}{10} - \left(-\frac{1}{4}\right) =$ ....

⑥ $7 - 1\frac{1}{2} =$ ....

⑦ $7\frac{5}{6} - 3\frac{1}{6} =$ ....

---

2 يبلغ طول حديقة جهاد $4\frac{5}{8}$ متر . أوجد عرض حديقة جهاد إذا كان أقصر بمقدار $2\frac{7}{8}$ متر عن الطول .

....

....

....

ثالثا : ضرب الأعداد النسبية :

إذا كان $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{d}$ عددين نسبيين فإن :

$\frac{a \times c}{b \times d} = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$ (اضرب البسط في البسط ثم اضرب المقام في المقام)

ملاحظة :

عند ضرب كسرين . اكتب الناتج في أبسط صورة . قد يكون لدى الكسرين عوامل مشتركة في البسط والمقام . وفي هذه الحالة . يمكنك التبسيط قبل الضرب .

أمثلة :

❶ أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

① $\frac{4}{3} \times \frac{6}{7}$

$\frac{4}{\cancel{3}_1} \times \frac{\cancel{6}^2}{7} = \frac{8}{7}$

② $-\frac{3}{8} \times \frac{2}{9}$

$-\frac{\cancel{3}^1}{\cancel{8}_4} \times \frac{\cancel{2}^1}{\cancel{9}_3} = \frac{-1 \times 1}{4 \times 3} = \frac{-1}{12}$

③ $\frac{1}{2} \times 6\frac{2}{7}$

$\frac{1}{2} \times 6\frac{2}{7} = \frac{1}{\cancel{2}_1} \times \frac{\cancel{44}^{22}}{7} = \frac{22}{7} = 3\frac{1}{7}$

④ $-\frac{3}{5} \times (-0.8\bar{3})$

$-\frac{3}{5} \times (-0.8\bar{3}) = -\frac{\cancel{3}^1}{\cancel{5}_1} \times (-\frac{\cancel{5}^1}{\cancel{6}_2}) = \frac{1}{2}$

⑤ $\left|-1\frac{3}{4}\right| \times (-2\frac{2}{7})$

$\left|-1\frac{3}{4}\right| \times (-2\frac{2}{7}) = 1\frac{3}{4} \times (-2\frac{2}{7})$

$= \frac{\cancel{7}^1}{\cancel{4}_1} \times \frac{\cancel{16}^4}{\cancel{7}_1} = -4$

---

❷ أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

① $0.3 \times \left(-\frac{4}{9}\right)$

....

② $-3\frac{1}{4} \times \left(-1\frac{1}{2}\right)$

....

③ $25\% \times 2\frac{1}{2}$

....

④ $5\frac{1}{3} \times 3$

....

خواص عملية ضرب الأعداد النسبية :

إذا كانت $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$, $\frac{e}{f}$ ثلاثة أعداد نسبية فإن عملية ضرب الأعداد الصحيحة لها الخواص التالية :

❶ **مغلقة :** حاصل ضرب أي عددين نسبيين هو عدد نسبي $(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \in Q)$

❷ **إبدالية :** $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \times \frac{a}{b}$

❸ **دامجة :** $\left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right) \times \frac{e}{f} = \frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} \times \frac{e}{f}\right)$

❹ **وجود محايد ضربي هو 1 :**

❺ **وجود المعكوس الضربي :**

المعكوس الضربي للعدد النسبي $\frac{a}{b}$ هو $\frac{b}{a}$

(حيث: $a \neq 0$)

فمثلا : $\frac{3}{8}$ معكوسه الضربي $\frac{8}{3}$

$\frac{-1}{2}$ معكوسه الضربي -2

ملاحظات :

- عند ضرب الصفر في أي عدد نسبي يكون حاصل الضرب يساوي صفر
- لا يوجد معكوس ضربي للعدد صفر لأن القسمة على صفر ليس لها معنى.

6 خاصية توزيع الضرب على الجمع :

$$\frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right) = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} + \frac{a}{b} \times \frac{e}{f}$$

يمكن حل المثال $\frac{1}{2} \times 6\frac{2}{7}$ باستخدام خاصية التوزيع كالتالي:

$$\frac{1}{2} \times 6\frac{2}{7} = \frac{1}{2}\left(6 + \frac{2}{7}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 + \frac{1}{2} \times \frac{2}{7} = 3 + \frac{1}{7} = 3\frac{1}{7}$$

أمثلة :

1 أوجد قيمة X في كل مما يأتي :

① $\frac{5}{7} \times X = \frac{5}{7}$

$X = 1$

② $X \times \frac{17}{3} = 1$ $\quad (X = \frac{3}{17})$

③ $-\frac{3}{7} \times X = 0$ $\quad (X = 0)$

④ $-\frac{7}{3} \times -\frac{3}{7} = X$ $\quad (X = 1)$

⑤ $X \times \left[\frac{1}{2} + \left(-\frac{3}{5}\right)\right] = X \times \frac{1}{2} + 5 \times \left(-\frac{3}{5}\right)$

$(X = 5)$

---

2 باستخدام خاصية التوزيع أوجد قيمة :

$16 \times \frac{4}{9} + 11 \times \frac{4}{9}$

$\frac{4}{9} \times (16 + 11) = \frac{4}{9} \times 27 = 12$

---

3 باستخدام خاصية التوزيع أوجد قيمة كلا مما يأتي :

① $\frac{5}{12} \times 3 + \frac{5}{12} \times 9$

....

....

② $\frac{18}{5} \times \frac{25}{9} + \left(-\frac{3}{7}\right) \times \frac{25}{9}$

....

....

---

4 أكمل ما يأتي :

① العدد النسبي الذي ليس له معكوس ضربي هو ....

② $-\frac{4}{11} \times$ .... $= 1$

تمارين ومسائل

❶ أوجد ناتج القسمة في كل مما يأتي :

① $\frac{3}{4} \times \frac{1}{8} =$ ....

② $\frac{2}{5} \times \frac{2}{3} =$ ....

③ $9 \times \frac{1}{2} =$ ....

④ $-\frac{1}{5} \times \left(-\frac{5}{6}\right) =$ ....

⑤ $-\frac{1}{12} \times \frac{2}{5} =$ ....

⑥ $\frac{2}{5} \times \frac{15}{16} =$ ....

⑦ $\frac{4}{7} \times \frac{7}{8} =$ ....

⑧ $(-1\frac{1}{2}) \times \frac{2}{3} =$ ....

⑨ $-\frac{4}{9} \times \left(-\frac{1}{4}\right) =$ ....

⑩ $3\frac{1}{3} \times \left(-\frac{1}{5}\right) =$ ....

---

❷ أبقى محمد $\frac{3}{8}$ من الفطيرة في الثلاجة . وفي يوم الجمعة أكل $\frac{1}{2}$ ما تبقى من الفطيرة . ما الكسر الذي يمثل اجمالي الفطيرة التي اكلها محمد يوم الجمعة

....

....

....

رابعا : قسمة الأعداد النسبية :

عملية قسمة الأعداد النسبية هي الضرب في المعكوس الضربي للمقسوم عليه

إذا كان $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{d}$ عددين نسبيين فإن :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$ حيث $\frac{c}{d} \neq 0$

أمثلة :

❶ أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

① $\frac{1}{3} \div 5$

$$\frac{1}{3} \div 5 = \frac{1}{3} \div \frac{5}{1} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$$

② $-\frac{2}{3} \times \frac{4}{9}$

$$-\frac{2}{3} \times \frac{4}{9} = -\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{3}_{1}} \times \frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{4}_{2}} = \frac{-1 \times 3}{1 \times 2} = \frac{-3}{2}$$

③ $-3\frac{3}{4} \div \left(-2\frac{1}{4}\right)$

$$-3\frac{3}{4} \div \left(-2\frac{1}{4}\right) = -\frac{15}{4} \div \left(-\frac{9}{4}\right)$$

$$= -\frac{\cancel{15}^{5}}{\cancel{4}_{1}} \times \frac{-\cancel{4}^{1}}{\cancel{9}_{3}} = \frac{5}{3}$$

④ $0.\overline{63} \div 1\frac{3}{11}$

$$0.\overline{63} \div 1\frac{3}{11} = \frac{7}{11} \div \frac{14}{11} =$$

$$0.\overline{63} \div 1\frac{3}{11} = \frac{\cancel{7}^{1}}{\cancel{11}_{1}} \times \frac{\cancel{11}^{1}}{\cancel{14}_{2}} = \frac{1}{2}$$

---

2 أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

① $\frac{4}{7} \div \frac{12}{7}$

....

② $\left(\frac{-1}{2}\right)^2 \div \left(-3\,\frac{3}{4}\right)$

....

③ $\frac{1}{8} \div 0.\bar{1}$

....

④ $2\,\frac{1}{3} \div 5$

....

تمارين ومسائل

1 أوجد ناتج القسمة في كل مما يأتي :

① $\frac{1}{8} \div \frac{1}{3} =$ ....

② $-3 \div \left(-\frac{6}{7}\right) =$ ....

③ $-\frac{7}{8} \div \frac{3}{4} =$ ....

④ $\frac{1}{2} \div 7\frac{1}{2} =$ ....

⑤ $-\frac{4}{9} \div (-2) =$ ....

⑥ $\frac{2}{3} \div 2\frac{1}{2} =$ ....

⑦ $-5\frac{2}{7} \div \left(-2\frac{1}{7}\right) =$ ....

⑧ $5\frac{1}{5} \div \frac{2}{3} =$ ....

تمارين الكتاب المدرسي

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① غاص دولفين من سطح الماء إلى عمق $3\,\frac{1}{4}$ متر ، ثم غاص مسافة $2\,\frac{1}{2}$ متر أخرى . فأي مما يأتي **لا** يعبر عن موقع الدولفين بالنسبة لسطح الماء ؟ ....

- A $-3\frac{1}{4} + \left(-2\,\frac{1}{2}\right)$
- B $-3\frac{1}{4} + \left|-2\frac{1}{2}\right|$
- C $-3\frac{1}{4} - 2\,\frac{1}{2}$
- D $\left(-3\frac{1}{4} + 2\frac{1}{2}\right)$

② إذا ارتفع سعر سهم إحدى الشركات المدرجة في البورصة المصرية بمقدار 3.25 جنية ثم تراجع سعره بمقدار 2.75 جنية . فأي مما يلي يعبر عن التغير في سعر السهم في تلك اللحظة ؟

- A $-3.25 + 2.75$
- B $3.25 - 2.75$
- C $3.25 + 2.75$
- D $-3.25 - 2.75$

③ أي المقادير الآتية له نفس ناتج ضرب $\frac{-3}{8} \times \frac{8}{3}$ ؟ ....

- A $2\frac{1}{4} \times \frac{4}{9}$
- B $\frac{-2}{5} + 3\frac{1}{2}$
- C $-\frac{1}{4} \times (-4)$
- D $2\,\frac{1}{2} - 3.5$

④ أي من العمليات الآتية له نفس ناتج : $2\,\frac{2}{3} \div \left(-1\,\frac{3}{7}\right)$ ؟ ....

- A $2\,\frac{2}{3} \times \left(-1\,\frac{7}{3}\right)$
- B $2\,\frac{2}{3} \times 1\frac{3}{7}$
- C $-2\,\frac{2}{3} \times \frac{7}{10}$
- D $-1\,\frac{3}{7} \times 2\frac{2}{3}$

⑤ ما المعكوس الضربي للعدد $-3\frac{1}{2}$ ؟ ......

A $-\frac{7}{2}$ B $-2\frac{1}{3}$ C $-\frac{2}{7}$ D $\frac{2}{7}$

2 أوجد ناتج كل مما يأتي :

① $\frac{5}{8}+\left(-\frac{7}{8}\right)=$ ....

② $-3.2+(-1.\overline{3})=$ ....

③ $-\frac{4}{5}\div 4\frac{2}{5}=$ ....

④ $\frac{-3}{4}\times(-2\frac{2}{5})=$ ....

⑤ $-2.125+2.6+\left(-7\frac{21}{24}\right)=$ ....

3 أوجد قيمة X :

① $\frac{-5}{12}-\left(-\frac{7}{6}\right)=\frac{1}{6}+X$

....

② $\frac{2}{7}-\left(-\frac{11}{21}\right)=\frac{11}{21}-X$

....

4 إذا كان محيط الشكل المقابل يساوي 44سم . فأوجد قيمة X بالسنتيمتر

x

$9\frac{1}{2}$ سم

$11\frac{7}{8}$ سم

$15\frac{1}{4}$ سم

....
....
....
....

5 إذا صعدت سمكة قرش من عمق 152.5 متر تحت سطح البحر مسافة 124.1 متر . أين موقع سمكة القرش بالنسبة لسطح البحر بعد صعودها .

....
....
....

6 سباك لديه ماسورة طولها $64\frac{5}{8}$ ديسيمتر ، يقطع السباك $2\frac{7}{8}$ ديسيمتر من نهاية الماسورة ، ثم يقطع $1\frac{3}{8}$ ديسيمتر إضافية . ما طول الماسورة المتبقية بعد إجراء القطع الأخير ؟

....
....
....

7 أحد متسلقي الجبال يتسلق جبلا ارتفاعه $1\frac{1}{2}$ كيلومتر عن سطح الأرض . فكم يكون ارتفاعه عن سطح الأرض عند صعوده $\frac{2}{3}$ ارتفاع الجبل ؟

....
....
....
....

8 يبلغ طول قطعة قماش $7\frac{1}{2}$ متر . يراد تقسيمها إلى عدد من قطع القماش طول كل منها 30سم . ما عدد القطع الناتجة ؟

....
....
....
....

تقييم الوحدة الأولى

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① أي من مقاييس الرسم التالية يكافئ أن " كل 1 سم في الرسم يمثل 6.5 كم في الحقيقة " ؟ ....

A 1 : 6,500,000   B 1 : 65
C 1 : 650,000   D 1 : 6,500

② إذا كانت $X \in \{2 , 5 , 7\}$ ، فأي مما يأتي يمكن أن تساويها X ؟ ....

A 1   B 2   C 5   D 7

③ أي مما يلي يساوي $\frac{-2}{3} + \frac{3}{5}$ ؟ ....

A $\frac{1}{8}$ B $\frac{1}{15}$ C $\frac{-6}{15}$ D $\frac{-1}{15}$

④ تم تقسيم قطعة أرض مساحتها 63 فدانا بين شخصين بنسبة 5 : 4 فأي مما يلي يعطي نصيب أحدهما بالفدان ؟ ....

A 9   B 45   C 2   D 30

2 أكمل كلا مما يأتي بالإجابة الصحيحة :

① إذا كانت $\frac{y}{7} = \frac{14}{X}$ فإن $Xy =$ ....

② إذا كانت $A = \{7 , 8 , 0\}$ ، فإن عدد المجموعات الجزئية من المجموعة A يساوي ....

③ قام هشام بتعبئة 100 كرتونة في 2.5 ساعة فإن الزمن اللازم لتعبئة 160 كرتونة إذا عمل وفق نفس المعدل هو .... ساعة.

④ إذا كان 13,500 سائح تمثل 12% من إجمالي عدد السائحين ، فإن عدد السائحين الكلي يساوي .... سائح.

3 إذا كانت $A = \{1 , 5 , 3 , 7\}$ ، $B = \{1 , 2 , 5 , 9\}$ أوجد $A \cup B$ ، $A \cap B$

....

....

4 اشترى علاء تليفون محمول بسعر 6,750 جنيها وباعه بسعر 7,776 جنيها ، فأوجد النسبة المئوية لمكسب علاء.

....

....

....

5 اكتشف الخطأ وقم بالتصويب :

① $-8 - (-3) = -11$

....

② $\frac{-5}{3} \times \frac{9}{15} = 1$

....

③ $\frac{5}{8} + \frac{-3}{7} = \frac{2}{15}$

....

④ $48 \div (-8) = 6$

....

6 إذا كانت نسبة التكبير لصورة حشرة هي 1 : 30 وكان طول الحشرة الحقيقي $2\frac{1}{2}$ مم أوجد طول الحشرة في الصورة بالسنتيمترات.

....

....

....

الدرس 1

التعبيرات والصيغ الرياضية

استخدام الرموز لتمثيل أعداد مجهولة أو متغيرات

المتغير : هو رمز يعبر عن كمية مجهولة .

مثل : X أو Y أو Z أو ....

التعبير الرياضي :

1 تعبير رياضي عددي :

يتكون من عدد أو أعداد بينها عملية حسابية أو أكثر (+ أ، − أ، × أ ، ÷)

مثل : 5 أو 2 + 4 أو $(5-7)\times 2$ أو $(3-2)\times 7 \div 4$ أو ....

2 تعبير رياضي جبري (مقدار جبري) :

يتكون من (متغير أو أكثر) أو (أعداد ومتغيرات) بينها عملية حسابية أو أكثر (+ أ، − أ، × أ ، ÷)

مثل : Xy أو 2xn أو $\frac{m}{4}$ أو $X^2 + 3X - 1$ أو .....

ملاحظة :

عند ضرب المتغيرات أو ضرب عدد في متغير يمكن الاستغناء عن علامة الضرب ×

- $w \times m$ يمكن أن تكتب mw
- $n \times 2$ يمكن أن تكتب 2n

المعادلة :

تتكون من تعبيرين رياضيين بينهما علامة التساوي (=)

مثل : $2X = 5$ أو $\frac{X}{3} = 5$ أو $3y - 4 = 2y$ أو ......

المتباينة :

تتكون من تعبيرين رياضيين بينهما واحدة من علامات التباين ($<, >, \leqslant, \geqslant$)

مثل : $X < -2$ أو $2X - 1 > 3$ أو $X + 1 < -2X$ أو ....

الصيغة الرياضية :

هي حقيقة أو قاعدة أو مبدأ يعبر عنه بصورة رياضية مثل المعادلة أو المتباينة أو صورة رياضية أخرى .

مثل : مساحة المستطيل (A) = الطول L × العرض W

$A = L \times W$

w
ℓ

أمثلة :

1 عبر عن كل مما يأتي بصورة رياضية :

① عدد مضاف إليه 7

$X + 7$

② ضعف عدد مطروحا منه 12

$2X - 12$

③ تكلفة أحمد لشراء 5 تذاكر لدخول السينما بسعر X جنية ، وتكلفة 3 أكياس فيشار بسعر y جنية للكيس بعد حصوله على خصم 20 جنيها على مجمل مشترياته .

$5X + 3y - 20$

④ السرعة X كم / س التي يمكن أن تتحرك بها سيارة تسير على طريق (القاهرة - الإسكندرية) الصحراوي يجب أن لا تزيد عن 120 كم / س

$X \leqslant 120$

⑤ ضعف العدد X مضافا إليه 5 يساوي 1

$2X + 5 = 1$

⑥ مساحة المربع (A) الذي طول ضلعه (L)

$A = L^2$

---

❷ عبر عن كل مما يأتي بصورة رياضية

① عدد مضاف إليه 4

....

② ثلاثة أمثال عدد مطروحا من 7

....

③ ضعف عدد مقسوما على 3

....

④ نصف العدد X مضافا إليه 6 يساوي 3

....

⑤ ثلاثة أمثال العدد X مطروحا منه 5

....

⑥ حجم المكعب (V) الذي طول حرفه X

....

⑦ محيط المستطيل الذي طوله L وعرضه W يساوي 8

....

⑧ ينفق أحمد X جنيها بحيث لا يتجاوز 24 جنيها

....

الحدود الجبرية :

الحد الجبري :

ينتج الحد الجبري من حاصل ضرب (أو خارج قسمة) عدد لا يساوي الصفر ومتغير واحد على الأقل . ويسمى هذا العدد معامل الحد الجبري .

أمثلة :

الحد الجبري	متغير	معامل
$\frac{1}{4}m$	m	$\frac{1}{4}$
$-2Xy$	X , y	-2
$3a$	a	3

ملاحظات :

- الحد الجبري يجب أن يحتوي على متغير واحد على الأقل .
- الحد الجبري هو تعبير رياضي جبري لا يحتوى على عملية الجمع (+) أو الطرح (−)

الحد الجبري	متغير	معامل
$3Xy$	....	....
$-nz$	....	....
$5k$	....	....

الحدود الجبرية المتشابهة :

هي الحدود التي لها نفس المتغيرات بالأسس ذاتها حتى لو اختلفت في معاملاتها .

- $-3X^2$, $4X^2$ حدان متشابهان
- $\frac{1}{2}y^2$, $4y$ حدان غير متشابهين لاختلاف أس المتغير y .
- $2n^2m$, $2nm^2$ حدان غير متشابهين لاختلاف أسس المتغيرين m , n

ملاحظة :

الحدود الجبرية التي لا تحتوي على متغيرات ، وتحتوي على أعداد فقط تسمى حدودا ثابتة وهي حدود متشابهة مثل : $2 , \frac{-3}{5} , 1 , ...$

أمثلة :

1 اكتب الحدود المتشابهة (إن وجدت) في كل مجموعة مما يأتي :

① $2X$, $5y$, $3X$

الحدان $2X$, $3X$ متشابهان .

② a^2 , $-a$, $3a^3$, 5

لا توجد حدود متشابهة .

③ $5y$, $3Xy$, $-2yX$, $3X$

الحدان $-2yX$, $3Xy$ متشابهان

④ $4X$, $5y$, $-3X$, $2y$

الحدان $-3X$, $4X$ متشابهان

الحدان $2y$, $5y$ متشابهان .

⑤ X , X^3 , X^5

لا توجد حدود متشابهة .

⑥ 17 , Xy , $Xy5$, -5

الحدان -5 , 17 متشابهان .

---

2 اكتب الحدود المتشابهة (إن وجدت) في كل مجموعة مما يأتي :

① $4X$, $5y$, $2Xy$, $-3X$, $-5Xy$, $8y$, $6X^2$

....

② $2ab$, nm , $\frac{81}{13}nm$, $34ab$

....

③ $6Xy$, $56Gh$, $-92zy$

....

④ $\frac{1}{4}$, wy , $4wy$

....

⑤ $-15b$, 8 , b , -3 , $-3b^2$

....

⑥ $8X^3y$, $6X^2y$, $-5X^2y$, $-6X^3y$

....

---

3 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

الحد الجبري : $|-5|xy$ يشبه الحد الجبري ......

A $5xy^2$ B $5X^2y$

C $12Xy$ D $|-5|X^2y$

جمع الحدود الجبرية المتشابهة :

يمكننا أن نجمع أي حدين متشابهين ، وذلك بجمع معاملاتهما فقط وإبقاء المتغيرات .

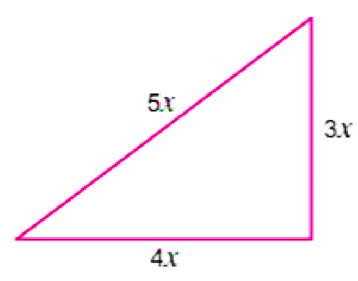
ملاحظة :

المقدار الجبري : هو ما تكون من حد أو أكثر .

مثل : $3X + 7y^2$ يسمى مقدارا جبريا .

أمثلة :

❶ أوجد التعبير الرياضي الذي يعبر عن محيط المثلث . ثم أوجد القيمة العددية للمحيط عند :
$X = 1$



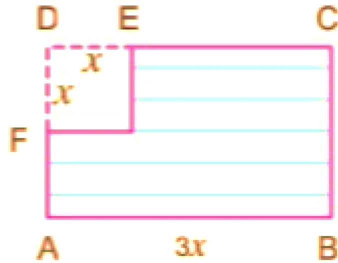
نعبر عن محيط المثلث بالتعبير الرياضي :

$$4X + 3X + 5X = (4 + 3 + 5)\,X = 12X$$

القيمة العددية لمحيط المثلث عند $X = 1$ هي :

$$12 \times 1 = 12$$

❷ الشكل يعبر عن ورقة على شكل مستطيل مقطوع منها مربع . اكتب التعبير الرياضي الذي يعبر عن طول $\overline{EC}$



❸ المقدار الجبري $4X + 3y - 8Xy - 6$ له أربعة حدود ، اكتب :

① حدود المقدار ② الحد الثابت

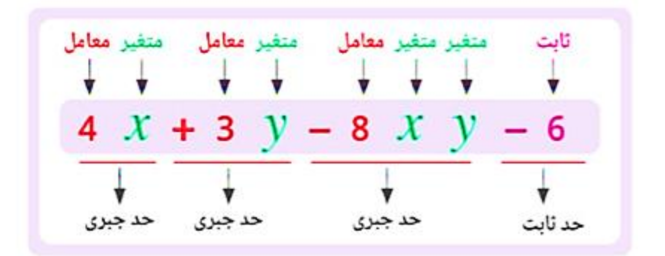
③ معامل Xy ④ المتغير الذي معامله 3

① حدود المقدار هي : $4X\ ,\ 3y\ ,\ -8Xy\ ,\ -6$

② الحد الثابت هو -6

③ معامل Xy هو -8

④ المتغير الذي معامله 3 هو المتغير y



❹ المقدار الجبري $5X - 7y + 5$ له ثلاثة حدود ، اكتب :

① حدود المقدار ② الحد الثابت

③ المتغير الذي له أصغر معامل .

④ معامل X

تبسيط المقدار الجبري :

- يكون المقدار الجبري في أبسط صورة عندما لا يحتوي على حدود متشابهة
- يمكن وضع المقدار الجبري في أبسط صورة بجمع الحدود المتشابهة بعد إزالة الأقواس (إن وجدت) باستخدام خاصية التوزيع .
- يكون المقدار الجبري في أبسط صورة إذا لم يحتوي على أي حدود متشابهة .
- معامل الحد n مثلا يساوي 1
- عند ضرب حد جبري في مقدار جبري : نضرب المعاملات ثم نضرب الأسس .

ملخص : الحدود الجبرية المتشابهة تجمع وتطرح أم الحدود الجبرية غير المتشابهة لا تجمع ولا تطرح تترك كما هي .

أمثلة :

1 اختصر (بسط) كلا من المقدارين الجبريين الآتيين :

① $-X + 2y - 8y + 5X + 7$

② $2(3X - 4) - 3(X - 2)$

① $-X + 2y - 8y + 5X + 7$

$= - X + 5X + 2y - 8y + 7$

$= (- X + 5X) + (2y - 8y) + 7$

$= (- 1 + 5) X + (2 - 8) y + 7$

$= 4X - 6y + 7$

② $2(3X - 4) - 3(X - 2)$

$= 6X - 3X - 8 + 6$

$= (6X - 3X) + (-8 + 6)$

$= 3X - 2$

---

2 اختصر (بسط) كلا من المقادير الجبرية الآتية :

① $2X + 4y + X - 7y$

....

② $5a + 2a - b + 3b$

....

③ $13X - 7 + 8X + 19$

....

④ $3(X - 7) - 5(2X - 5)$

....

---

3 ملعب مستطيل أبعاده موضحة في الشكل التالي . ما محيط الشكل ؟ ثم أوجد القيمة العددية للمحيط إذا كانت $X = 10$ ، $y = 20$

A, B, C, D — (3y) m, (2x) m, (2x) m, (3y) m

....

جمع المقادير الجبرية :

أمثلة :

❶ قام شخص بتوزيع مبلغ من المال على ثلاثة أشخاص ، فأعطى الأول $(X + 5)$ جنيها ، وأعطى الثاني $(2X + 3)$ ، وأعطى الثالث $(3X - 1)$ جنيها . اكتب في أبسط صورة المقدار الجبري الذي يعبر عن المبلغ الذي تم توزيعه . وإذا كانت $X = 20$ ، فما قيمته ؟

المبلغ الذي وزعه هذا الشخص نعبر عنه بالمقدار :

$= X + 5 + 2X + 3 + 3X - 1$

$= X + 2X + 3X + 5 + 3 - 1$

$(1 + 2 + 3) X + (5 + 3 - 1)$

$= 6X + 7$

عند $X = 20$ فإن قيمة المبلغ بالجنية هي :

$6 \times 20 + 7 = 120 + 7 = 127$

ملاحظة :

لكل متغير في الحد الجبري أو المقدار الجبري قيمة عددية أو أكثر عند التعويض عنها بعدد تُعطى القيمة العددية للحد أو المقدار الجبري .

مثلا :

المقدار الجبري $5X + 3y$ عند التعويض عند $X = 2$ ، $y = -1$ تكون القيمة العددية كالتالي

$5 \times 2 + 3 \times (-1) = 10 + (-3) = 7$

قمنا باستبدال المتغيرات بالقيم العددية .

❷ اجمع المقادير الجبرية الآتية :

① $(6pn - 3q) + (2pn + 7q)$

$6pn - 3q + 2pn + 7q$

$= (6pn + 2pn) + (-3q + 7q)$

$= (6 + 2) pn + (-3 + 7) q$

$= 8pn + 4q$

② $(4X^2y + t) + (3t - X^2y)$

$4X_2y + t + 3t - X^2y$

$= (4X^2y - X^2y) + (t + 3t)$

$= (4 - 1) X^2y + (1 + 3) t$

$= 3X^2y + 4t$

❸ اجمع المقادير الجبرية :

$2X + y - 5$ ، $7X + 4y - 2$

....

....

....

❹ يقرأ عمر كتابا في ثلاثة أيام ، قرأ في اليوم الأول X صفحة ، في اليوم التالي قرأ 31 صفحة ، وفي اليوم الثالث قرأ $(2X + 17)$ صفحة ، اكتب مقدارا جبريا في أبسط صورة يعبر عن عدد صفحات الكتاب التي قرأها عمر . ثم أوجد عدد الصفحات التي قرأها عمر عند $X = 20$

....

....

....

....

طرح المقادير الجبرية :

يمكن استخدام خاصية التوزيع لتبسيط مقدار جبري إشارته سالبة وذلك بإدخال الإشارة السالبة على القوس وعكس إشارات جميع الحدود داخله .

مثلا :

$-(X+y)=-X-y$

$-(X-y)=-X+y$

$-(-X+y)=X-y$

$-(-X-y)=X+y$

أمثلة :

❶ أوجد ناتج ما يلي :

① $(7X+5)-(2X+3)$

$7X+5-2X-3$

$=(7X-2X)+(5-3)$

$=(7-2)X+2$

$=5X+2$

② $(-0.75X-4)-(1.25X+0.5)$

$-0.75X-4-1.25X-0.5$

$=(-0.75X-1.25X)+(-4-0.5)$

$=(-0.75-1.25)X+(-4.5)$

$=-2X-4.5$

③ $(2y+\frac{3}{4})-(6y-\frac{1}{4})$

$2y+\frac{3}{4}-6y+\frac{1}{4}$

$=(2y-6y)+(\frac{3}{4}+\frac{1}{4})$

$=(2-6)y+1$

$=-4y+1$ أ $1-4y$

❷ أوجد ناتج طرح كلا مما يلي :

① $(3np+5w)-(w-10np)$

....

....

....

② $(1.5W-6.5)-(0.5W+3.5)$

....

....

....

③ $(X+\frac{3}{7})-(4X-\frac{3}{7})$

....

....

....

❸ إذا كان سعر نموذج سيارة أطفال 5X جنيها يشتريه أحد التجار بتخفيض قدره 10 جنيهات ، وبعد تجميع النموذج يقوم ببيعه بسعر $(6X+7)$ جنيها . اكتب مقدارا جبريا يعبر عن ربح التاجر .
وإذا كانت $X=40$ فكم ربح التاجر ؟



سعر الشراء هو $5X - 10$

سعر البيع هو $6X + 7$

الربح هو سعر البيع مطروحا منه سعر الشراء.

$= (6X + 7) - (5X - 10)$

$= 6X + 7 - 5X + 10$

$6X - 5X + 7 + 10$

$= (6 - 5)X + (7 + 10)$

$= X + 17$

أي أن مقدار ما ربحه التاجر هو $(X + 17)$ جنيها

عند $X = 40$ فإن مقدار ما ربحه التاجر بالجنية هو: $40 + 17 = 57$

---

4 قرر محمد أن يقرأ كتابا عدد صفحاته $(7X + 31)$ صفحة، فقرأ خلال ثلاثة أيام $(4X + 17)$ صفحة. كم صفحة تتبقى لمحمد حتى يتم قراءة صفحات الكتاب بالكامل ؟

....

....

....

....

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

إذا كان $X = -2$ ، $y = -3$ ، فإن قيمة: $-3X - 2y$ هي ....

A -12 B 0 C 10 D 12

تمارين ومسائل

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① ما التعبير الرياضي الذي يعبر عن طرح (-2) من X ؟ ....

A $X - 2$ B $2 - X$

C $-2 - X$ D $X + 2$

② ما الصيغة الرياضية التي تعبر عن المساحة (A) لمتوازي أضلاع طول قاعدته (ℓ) وارتفاعه (h) ؟ ....

A $A = \frac{1}{2}\ell h$ B $A = \ell + h$

C $A = \ell h$ D $A = \frac{\ell}{h}$

③ ما المعادلة المناسبة لإيجاد طول ضلع مثلث متساوي الأضلاع محيطه 12 سنتيمتر ؟ ....

A $X + 3 = 12$ B $3X = 12$

C $2X = 12$ D $X = 12$

④ ما المتباينة التي تعبر عن أن الطول n سنتيمتر المناسب لاختيار شخص لممارسة إحدى الألعاب الرياضية يحب أن لا يقل عن 180 سنتيمتر ؟ ......

A $n < 180$ B $n > 180$

C $n \leqslant 180$ D $n \geqslant 180$

⑤ أي مما يلي حدان جبريان متشابهان ؟ ....

A $2X , -2X^2$ B $3a , 8a$

C $7X , 7$ D X^2 , y^2

⑥ أي مما يلي يساوي 5a ؟ ....

A $3 + 2a$ B $2 + 3a$

C $2a + 3a$ D $5 + a$

2 عبر رياضيا عن كل مما يأتي :

① عمر سالي منذ 5 سنوات إذا كان عمرها الآن X سنة .

....

② الوسط الحسابي للعددين X , y لا يقل عن 18

....

③ محيط المثلث p إذا كانت أطوال أضلاعه هي a , b , c

....

④ مستطيل بعداه X , y ومساحته 36 سنتيمتر مربع .

....

⑤ باسم يملك عدد X ورقة نقود فئة 1 جنية ، وعدد y ورقة نقود فئة 5 جنيهات ، وعدد Z ورقة نقود فئة 10 جنيهات .

....

3 اكتب المقادير الجبرية الآتية في أبسط صورة

① $7m - 2n - 7m + 1$

....

② $-2n + 3(n - 1)$

....

③ $3(2X - 5) - 4(X - 6)$

....

4 أوجد قيمة كل من التعبيرات الآتية إذا علمت أن $a = 8$ ، $b = 3$ ، $d = 4$ ، $f = -1$

① $\frac{-a}{4}$

....

② $b^2 - 2f$

....

③ $af + 3d$

....

5 اكتب المعاملات الناقصة لتكون المعادلة التالية صحيحة :

$10X + 6y - \square X + \square y = 3X + 8y$

6 تقاس درجة الحرارة بمقياس فهرنهايت ($^\circ F$) أو بمقياس الدرجة المئوية ($^\circ C$) استخدم الصيغة الرياضية $F = 1.8\,C + 32$ لتحويل درجة الحرارة $30^\circ C$ إلى مقياس فهرنهايت .

....

....

....

7 تحصل ندى على أجر قدره X جنيها في الساعة في وظيفتها . اكتب تعبيرا رياضيا لكل مما يلي :

① كم تكسب ندى إذا عملت 8 ساعات ؟

② إذا حصلت ندى على زيادة في الأجر قدرها 3 جنيهات في الساعة . فما أجرها الجديد في 5 ساعات ؟

....

....

....

....

8 اكتب تعبيرا رياضيا في أبسط صورة يعبر عن محيط الشكل (p) ثم أوجد p عندما $X = 3$ ، $y = 2$

$4x$ ، $5y$ ، $2x$ ، $2y$ ، $4x$

....

....

....

....

9 XYZ مثلث ، اكتب الصيغة الرياضية التي تعبر عن مساحته (A) ثم أوجد A عندما $X = 1$

X ، Y ، Z ، $(2x+1)$ ، 6

....

....

....

10 مدرسة بها عدد $(8X + 15)$ بنتا ، $(7X - 10)$ ولدا . اكتب تعبيرا رياضيا يوضح مقدار زيادة عدد البنات عن الأولاد في هذه المدرسة

....

....

الشكل المقابل يوضح يوضح طاولة لعبة تنس الطاولة اكتب تعبيرا رياضيا في أبسط صورة يعبر عن محيط الطاولة ثم أوجد قيمة المحيط (p) عند $X = 10$



....

....

الدرس 2

المعادلات الخطية

بفرض أن البطاقة **+1** تمثل موجب واحد فإنه يمكن نمذجة المعادلة : $X + 2 = 5$ كما بالشكل

$x + 2 = 5$

$x = 3$

استخدم البطاقات لنمذجة كل من المعادلات الآتية وحلها :

$X + 3 = 4$

مفهوم المعادلة :

المعادلة : هي جملة رياضية تعبر عن تساوي تعبيرين رياضيين .

أمثلة :

معادلات في متغير (مجهول واحد)

$X + 2 = 5$ معادلة خطية

$4X^2 + 1 = 4$ معادلة تربيعية

$X^3 + X = 2$ معادلة تكعيبية

معادلات خطية

$X + 5 = -2$ (معادلة في متغير واحد)

$X + 2y = 5$ (معادلة في متغيرين)

وسوف تقتصر دراستنا في هذا الفصل الدراسي على المعادلات الخطية في متغير واحد .

ملحوظة :

المعادلة الخطية تمثل في المستوى الإحداثي بخط مستقيم ، وأي متغير فيها يكون مرفوعا للأس واحد .

تكوين المعادلة :

أمثلة :

❶ عبر عن كل من المواقف الآتية بمعادلة مناسبة :

① عند إضافة 5 إلى عدد كان الناتج (−3)

$X + 5 = -3$

② عند طرح 15 من ضعف عدد كان الناتج 12

$2X - 15 = 12$

③ مجموع ثلاثة أعداد فردية متتالية يساوي 87

$y + (y + 2) + (y + 4) = 87$

❷ عبر عن كل موقف من المواقف الآتية بمعادلة مناسبة :

① عند إضافة 3 إلى عدد كان الناتج 0

② عند طرح (−8) من ثلاثة أمثال عدد كان الناتج (−5)

③ مجموع عددين زوجيين متتاليين يساوي 54

حل المعادلة :

مجموعة التعويض :
هي المجموعة التي تنتمي إليها القيم المحتملة للمجهول في المعادلة .

مجموعة حل المعادلة :

هي مجموعة القيم التي تنتمي لمجموعة التعويض وتحقق تساوي طرفي المعادلة .

حل المعادلات باستخدام طريقة التعويض

أمثلة :

❶ أوجد مجموعة حل المعادلة : $X + 1 = 3$ إذا كانت مجموعة التعويض هي {0 , 1 , 2}

قيم X الموجودة بمجموعة التعويض	التعويض بقيم X في المعادلة $X + 1 = 3$	هل طرفا المعادلة متساويان ؟
0	$0 + 1 = 1$ $1 \neq 3$	×
1	$1 + 1 = 2$ $2 \neq 3$	×
2	$2 + 1 = 3$ $3 = 3$	✓

وبالتالي يكون حل المعادلة عند $X = 2$

أي أن مجموعة حل المعادلة = {2}

❷ أوجد مجموعة حل المعادلة: $2X + 1 = 7$ إذا كانت مجموعة التعويض هي $\{2 , 3 , 4\}$

قيم X الموجودة بمجموعة التعويض	التعويض بقيم X في المعادلة $X + 1 = 3$	هل طرفا المعادلة متساويان ؟
2	$2(2) + 1 = 5$ $5 \neq 7$	×
3	$2(3) + 1 = 7$ $7 = 7$	√
4	$2(4) + 1 = 9$ $9 \neq 7$	×

وبالتالي يكون حل المعادلة عند $X = 3$

أي أن مجموعة حل المعادلة $= \{3\}$

ملاحظة :

مجموعة حل المعادلة هي مجموعة جزئية من مجموعة التعويض .

---

❸ أوجد مجموعة حل المعادلة $3X + 2 = 17$ إذا كانت مجموعة التعويض هي $\{3 , 4 , 5 , 6\}$

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

خواص علاقة التساوي :

طريقة التعويض السابق ذكرها تكاد تكون مستحيلة إذا كانت مجموعة التعويض مجموعة غير منتهية مثل N , Z , Q ولذلك نحتاج إلى طرق أبسط للحل ،وذلك يتطلب دراسة خواص علاقة التساوي لتحصل على معادلة مكافئة للمعادلة الأصلية يكون فيها المتغير منفردا في أحد طرفي المعادلة .

إذا كانت A , B , C ثلاثة أعداد نسبية فإن لهذه الخواص الآتية :

❶ خاصية الجمع أو الإضافة :

إذا كان: $A = B$ فإن: $A + C = B + C$

أي أن : يمكن جمع (أو إضافة) نفس العدد إلى طرفي المعادلة ويبقى الطرفان متساويين

فمثلا : إذا كان: $X - 1 = 3$

فإن: $X - 1 + 1 = 3 + 1$ ومنها $X = 4$

❷ خاصية الطرح أو الحذف :

إذا كان: $A = B$ فإن: $A - C = B - C$

أي أن : يمكن طرح (أو حذف) نفس العدد من طرفي المعادلة ويبقى الطرفان متساويين .

فمثلا : إذا كان $X + 2 = 3$

فإن: $X + 2 - 2 = 3 - 2$ ومنها $X = 1$

❸ خاصية الضرب :

إذا كان $A = B$ فإن: $A \times C = B \times C$

أي أن : يمكن ضرب طرفي المعادلة في نفس العدد ويبقى الطرفان متساويين .

فمثلا : إذا كان : $\frac{1}{3}X = 3$ فإن :

$3 \times \frac{1}{3}X = 3 \times 3$ ومنها $X = 9$

4 خاصية القسمة :

إذا كان $A = B$ فإن : $\frac{A}{C} = \frac{B}{C}$ (حيث $C \neq 0$)

أي أن : يمكن قسمة طرفي المعادلة على نفس العدد (ما عدا الصفر) ويبقى الطرفان متساويين .

فمثلا : إذا كان : $4X = 20$ فإن :

$\frac{20}{4} = \frac{4X}{4}$ ومنها $X = 5$

ملاحظة :

المعادلات الخطية في مجهول واحد التي لها نفس الحل تسمى معادلات متكافئة فمثلا المعادلات :

$2X + 7 = 19$ ، $2X = 12$ ، $X = 6$ هي معادلات متكافئة .

---

1 أوجد مجموعة حل المعادلة $2X + 7 = 3$ إذا كانت مجموعة التعويض : ① Z ② N

$2X + 7 = 3$

(طرح 7 من طرفي المعادلة)

$2X + 7 - 7 = 3 - 7$

$2X = -4$ (بقسمة طرفي المعادلة على 2)

$\frac{2X}{2} = \frac{-4}{2}$

$X = -2$

① إذا كانت مجموعة التعويض Z ، $-2 \in Z$

إذن مجموعة حل المعادلة في Z هي $\{-2\}$

② إذا كانت مجموعة التعويض N ، $-2 \notin N$

إذن مجموعة حل المعادلة في Z هي $\varnothing$

حل آخر : $2X + 7 = 3$

$2X = 3 - 7$

$2X = -4$

$X = \frac{-4}{2} = -2$

---

2 أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية :

① $X + 12 = 7$

② $3X + 11 = 9$

③ $2y - 5 = -2$

④ $9 - 2b = 7$

إذا كانت مجموعة التعويض هي :

① Z ② Q

①

....

....

....

....

....

②

....

....

....

....

....

③

....

④

....

---

❸ أوجد في Q مجموعة حل كل من المعادلتين الآتيتين :

① $2\,(X - 3) = 8$

$2\,(X - 3) = 8$

$2X - 6 = 8$

$2X = 8 + 6$

$2X = 14$

(بالقسمة ÷ 2) $\frac{2X}{2} = \frac{14}{2}$

$X = 7 \quad , \quad 7 \in Q$

إذن : مجموعة الحل = {7}

حل آخر : يمكن الحل بالقسمة على 2 أولا دون استخدام خاصية التوزيع .

$2\,(X - 3) = 8$

$\frac{2\,(X - 3)}{2} = \frac{8}{2}$

$X - 3 = 4$ إذن $X = 4 + 3$

ومنها $X = 7$ إذن : مجموعة الحل = {7}

② $2\,(X + 3) = 3\,(1 - X)$

$2\,(X + 3) = 3\,(1 - X)$

$2X + 6 = 3 - 3X$

$2X + 3X = 3 - 6$

$5X = -3$

$X = -\frac{3}{5} \quad , -\frac{3}{5} \in Q$

أي أن : مجموعة الحل = $\left\{-\frac{3}{5}\right\}$

ملاحظة :

① يمكنك التحقق من صحة حل المسألة كالتالي :

اكتب المعادلة الأصلية : $2\,(X - 3) = 8$

عوض عن X بـ 7

إذن : $2\,(7 - 3) \overset{?}{=} 8$

$2 \times 4 \overset{?}{=} 8$

$8 = 8$ c

الطرفان متساويان إذن الحل يساوي 7

② تحقق بنفسك من صحة حل المسألة

....

01278934601

4 أوجد في Q مجموعة حل المعادلة :

$3\,(3X + 2) = 42$ ثم تحقق من صحة الحل .

$3\,(3X + 2) = 42$

$9X + 6 = 42$

$9X = 42 - 6$

$9X = 36$

$\frac{9X}{9} = \frac{36}{9}$

$X = 4$ أي أن : مجموعة الحل = {4}

حل آخر : باستخدام النموذج الشريطي

x	x	x	2	x	x	x	2	x	x	x	2
42											

x	x	x	x	x	x	x	x	x	2	2	2
42											

$9x + 6 = 42$

x	x	x	x	x	x	x	x	x	~~6~~
36									~~6~~

$9x = 36$

x	x	x	x	x	x	x	x	x
4	4	4	4	4	4	4	4	4

$x = 4$

التحقق من صحة الحل :

نعوض عن $X = 4$

إذن 42 ☐ $3\,(3 \times 4 + 2)$

نبسط 42 ☐ 3×14

الطرفان متساويان 42 = 42 إذن الحل صحيح

---

5 أوجد في Q مجموعة حل كل من المعادلات الآتية :

① $3\,(X - 5) = -18$

② $3\,(X - 1) + 4 = 3$

③ $4\,(X - 3) = 2\,(X + 4)$

④ $5\,(X - 3) = 2\,(X - 1)$

①

....

....

....

....

....

②

....

....

....

....

....

③

....

....

....

....

....

④

....

....

....

....

....

6 اشترى أربعة أشخاص تذاكر لدخول المتحف المصري بالقاهرة ، كما اشتروا هدايا تذكارية بمبلغ 500 جنية ، فإذا بلغت التكلفة الإجمالية 620 جنيها . اكتب معادلة تمثل هذا الموقف . ما سعر التذكرة الواحدة ؟

افرض سعر التذكرة الواحدة X جنيها .

$$4X + 500 = 620$$
$$4X = 620 - 500$$
$$4X = 120$$
$$X = \frac{120}{4} = 30$$

أي أن سعر التذكرة الواحدة 30 جنيها .

حل آخر : باستخدام النموذج الشريطي



---

7 لدى حازم شريط خشبي طوله 180سم ، ويريد أن يصنع منه إطارا مستطيلا لإحدى الصور . بحيث يكون أحد بعدي الإطار أطول من الآخر بمقدار 15سم . اكتب معادلة تمثل هذا الموقف ثم حلها لإيجاد بُعدي المستطيل .

....

....

....

....

....

تمارين ومسائل

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① عددان متتاليان مجموعهما 29 . أي من المعادلات التالية تعبر عن ذلك ....

A $X + X + 2 = 29$ B $X + X + 1 = 29$

C $X + X - 1 = 28$ D $X + X + 1 = 30$

② عمر زياد الآن X سنة ، وعمره منذ 7 سنوات كان 18 سنة . أي من المعادلات التالية تمثل الموقف السابق ؟ ....

A $X + 7 = 25$ B $X - 7 = 11$

C $X + 7 = 18$ D $X - 7 = 18$

③ أي من المعادلات الآتية ليس لها حل في Z ؟ ......

A $6X = 12$ B $6X = 15$

C $6X = 18$ D $6X = 24$

④ أي مما يلي يمثل حل المعادلة : $2(X - 5) = 0$ في Q ؟ ....

A 0 B 5 C -5 D 10

---

2 أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية في N :

① $-\frac{2}{5} + a = \frac{3}{5}$

....

....

....

....

....

② $4 + 5X = 9$

③ $2(X + 7) = 10$

❸ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية في N :

① $2X - 5 = -17$

② $4 - 3X = 19$

③ $4(X - 1) = 3(X + 1)$

❹ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية في Q :

① $\frac{1}{3}X + 3 = 12$

② $2X + 5 = 12 + 3X$

③ $7 = 2(X + 3)$

❺ أجب عن الأسئلة الآتية :

① إذا كان $\frac{m}{3} = 7$ فما قيمة $m - 19$ ؟

② إذا كان : $-7K = 28$ فما قيمة $3K + 6$ ؟

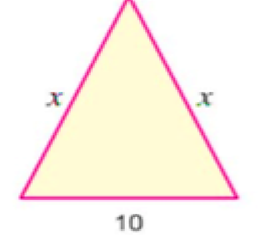
③ كتب معلم الرياضيات عددا صحيحا على السبورة ، ثم كتب عددا آخر أقل من ضعف العدد الأول بمقدار 17 فكان مجموع العددين 112 ما هو العدد الذي كتبه المعلم أولا ؟

④ إذا كان عُمر أمي الآن ثلاثة أمثال عمري ، وكان عُمر أمي يزيد 24 سنة عن عُمري . فما هو عمر كل منا الآن ؟

....
....
....
....
....

---

⑥ إذا كان محيط المثلث المقابل يساوي 34 فما قيمة X ؟



....
....
....

---

⑦ حصالة بها 42 ورقة نقود من فئتي 20 جنيها ، 50 جنيها فإذا كانت القيمة الإجمالية للنقود في الحصالة 1800 جنية . كم عدد ورق النقود فئة 20 جنيها ؟

....
....
....
....

---

⑧ ملعب كرة قدم على شكل مستطيل طوله يقل 15 مترا عن ضعف عرضه ، فإذا كان محيطه 330 مترا . أوجد بعدي الملعب .

....
....
....
....
....
....

تقييم الوحدة الثانية

❶ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① ما المعادلة المناسبة لحساب سعر القميص عند شرائك 3 قمصان من نفس النوع من أحد المتاجر الإلكترونية إذا كانت التكلفة الكلية 490 جنيها بعد إضافة 40 جنيها مصاريف شحن ؟ ....

A $X + 40 = 490$　B $3(X + 40) = 490$

C $X + 120 = 490$　D $3X + 40 = 490$

② ما المقدار الجبري الذي يكافئ المقدار التالي : $2X - 3 - 4X + 1$ ؟ ....

A $2X - 2$　B $-2X + 7$

C $-6X - 4$　D $-2 - 2X$

③ أي من المعادلات الآتية تكافئ المعادلة : $2n + 1 = 3$ ؟ ....

A $n + 2 = 6$　B $2n = 4$

C $2n = 2$　D $n + 1 = \frac{3}{2}$

④ ما المتباينة التي تعبر عن أن باسم يحتاج ما لا يقل عن 10 جيجابايت شهريا لإنجاز عمله عبر الإنترنت ؟ ....

A $X < 10$　B $X > 10$

C $X \leqslant 10$　D $X \geqslant 10$

---

❷ أكمل كلا مما يأتي بالإجابة الصحيحة :

① قيمة المقدار $(4X - 10)$ عند $X = -1$ تساوي ....

② مجموعة الحل في N للمعادلة :
$10 = (1 - 3X) 2$ هي …………

③ إذا كان مروان يملك عدد X من أوراق النقود فئة 10 جنيهات بالإضافة إلى ورقة واحدة فئة 100 جنية وكان إجمالي ما مع مروان من نقود هو 330 جنيها فإن X = ……………

④ متوازي أضلاع طول قاعدته 12 سم وارتفاعه المناظر لها $(3X - 1)$ سم ومساحته 60 سنتيمتر مربع ، فإن X = ……………

---

❸ اكتب في أبسط صورة المقدار :
$2 (n - 3m) - 3 (2n - 1)$ ثم أوجد قيمة المقدار عند $n = 2$ ، $m = -2$

…………………………………………
…………………………………………
…………………………………………
…………………………………………
…………………………………………

---

❹ أوجد في Q مجموعة حل المعادلة :
$$2 \left(\frac{1}{2} X - 3\right) = 4X$$

…………………………………………
…………………………………………
…………………………………………
…………………………………………
…………………………………………
…………………………………………
…………………………………………
…………………………………………
…………………………………………
…………………………………………

---

❺ اكتب حدا جبريا مشابها للحد الجبري X^2 ومعامله يساوي -3 ثم أوجد مجموع الحدين .

…………………………………………
…………………………………………

---

❻ اكتب الصيغة الرياضية التي تعبر عن المساحة الكلية (A) لمكعب مساحة أحد أوجهه X^2

…………………………………………
…………………………………………
…………………………………………

---

❼ لدى علي 4 علب مليئة بالأقلام ، وقلمان إضافيان ، ولدى خالد علبتان مليئتان بالأقلام و10 أقلام إضافية . كم قلما في العلبة الواحدة إذا كان لدى كل منهما العدد نفسه من الأقلام ؟

…………………………………………
…………………………………………
…………………………………………
…………………………………………

---

❽ أوجد في Q مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية :

① $2 (5X + 14) = 6$

…………………………………………
…………………………………………
…………………………………………
…………………………………………
…………………………………………

② $3 (4 - X) = 33$

…………………………………………
…………………………………………
…………………………………………
…………………………………………
…………………………………………
…………………………………………

الوحدة الثالثة : الإحصاء

الدرس 1

تنظيم البيانات

في هذا الدرس ، سوف نتعلم كيفية تنظيم البيانات في جداول تكرارية وتمثيلها بمخططات بيانات مختلفة.

الإحصاء :

هو علم جمع وتنظيم وعرض وتحليل وتفسير البيانات لاتخاذ القرارات وهو فرع من فروع الرياضيات وله تطبيقات في مجالات متنوعة مثل الطب والاقتصاد والعلوم الاجتماعية وهكذا.

كيف تتعامل مع البيانات ؟

1. تحديد التساؤل أو المشكلة.
2. جمع البيانات
3. تنظيم وعرض البيانات
4. تحليل وتفسير البيانات
5. التنبؤ واتخاذ القرار

ملحوظة :
يمكنك جمع البيانات بعدة طرق مثل الملاحظة والمقابلة الشخصية والاستبيان

بعض أنواع لبيانات المخططات البيانية :

1. التمثيل بالنقاط
2. الأعمدة البيانية
3. المدرج التكراري
4. الساق والأوراق
5. المخطط الصندوقي

وقد تمت دراسة معظم هذه المخططات خلال المرحلة الابتدائية.

أمثلة :

1 سجلت إحدى المعلمات درجات 25 طالبا في أحد الامتحانات كما يلي :

6 , 6 , 8 , 3 , 6 , 5 , 7 , 6 , 4 , 3 , 6 , 5 , 6

5 , 6 , 5 , 7 , 8 , 6 , 4 , 8 , 7 , 6 , 7 , 7 ,

① مثل هذه البيانات بمخطط النقاط ومخطط الأعمدة البيانية.

② ما عدد الطلاب الحاصلين على 7 درجات على الأقل.

③ ما الدرجة التي حصل عليها معظم الطلاب ؟

للإجابة عن مثل هذه الأسئلة نجد أنه من المفيد تنظيم البيانات أولا ، وإحدى طرق تنظيم البيانات هي كتابتها كقائمة مرتبة من الأقل إلى الأكبر لتصبح الدرجات كالآتي :

3 , 3 , 4 , 4 , 5 , 5 , 5 , 5 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6

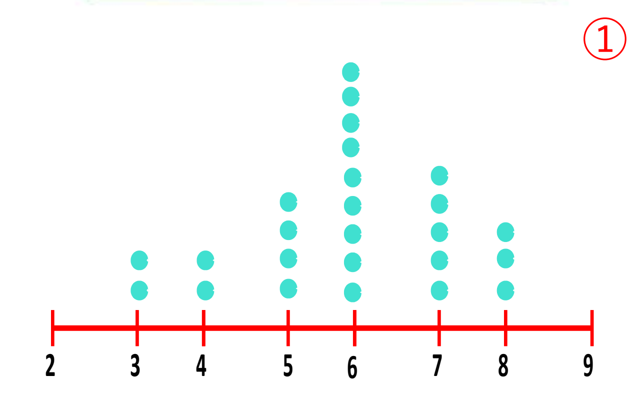
6 , 6 , 6 , 6 , 7 , 7 , 7 , 7 , 7 , 8 , 8 , 8 ,

ويمكن تنظيم هذه البيانات بناء على الترتيب السابق في جدول تكراري كالآتي :

الدرجة	3	4	5	6	7	8
التكرار	2	2	4	9	5	3

ثم باستخدام هذه الجدول كون مخطط النقاط ومخطط الأعمدة البيانية لهذه البيانات كما يلي

①



مخطط التمثيل بالنقاط



مخطط الأعمدة البيانية

② عدد الطلاب الحاصلين على 7 درجات على الأقل هو 8 = 3 + 5

③ الدرجة التي حصل عليها معظم الطلاب (المنوال) هي 6

---

❷ البيانات الآتية هي عدد مبيعات أجهزة الكمبيوتر المحمول في أحد متاجر الكمبيوتر خلال ستة أشهر.

يوليو	8
أغسطس	6
سبتمبر	7
أكتوبر	8
نوفمبر	8
ديسمبر	7

....

الجدول التكراري ذو المجموعات وتمثيله :

إذا كانت أعداد البيانات كبيرة فيتم تنظيم هذه الأعداد في مجموعات أو فترات متساوية ومنها نكون الجدول التكراري ذي المجموعات .

أمثلة :

❶ قام مدرب الجودو بأحد الأندية بوزن جميع لاعبي الجودو قبل إحدى البطولات ، وكانت كتل مجموعة من 40 لاعبا بالكيلو جرام على النحو التالي :

41 85 74 86 65 62 100 95 77 82
50 83 77 93 73 72 69 73 87 50
98 66 47 100 50 89 78 78 70
75 95 80 78 83 81 72 75 48 63
58 56

① قم بتنظيم هذه البيانات ومثلها بمدرج تكراري

② ما عدد لاعبي الجودو الذين كتلة كل منهم 81 كجم أو أكثر .

① لتكوين الجدول التكراري ذي المجموعات قم بما يلي :

● أوجد المدى = أكبر قيمة – أقل قيمة

100 – 41 = 59

أي أن المدى تقريبا يساوي 60

● قسم 60 إلى عدد مناسب من الفترات وليكن 6 فترات . طول كل فترة = 10

فمثلا الفترة الأولى تكون فيها كتل اللاعبين 41 كجم حتى أقل من 51 كجم وتكتب (– 41)

إذن الفترات هي :

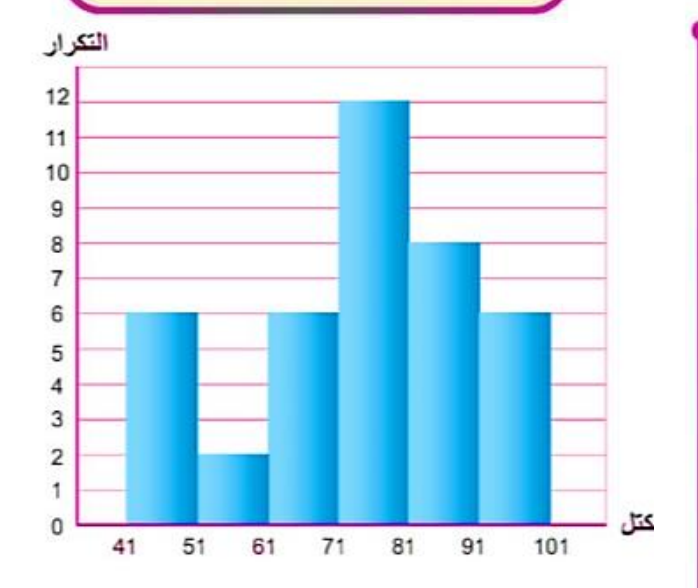
41 – , 51 – , 61 – , 71 – , 81 – , 91 –

الكتل	العلامات	التكرار
41 –	卌 /	6
51 –	//	2
61 –	卌 /	6
71 –	卌 卌 //	12
81 –	卌 ///	8
91 –	卌 /	6

● سجل الفترات والتكرار في الجدول المقابل ثم احذف عمود العلامات فتحصل على الجدول التالي :

الكتل	41–	51–	61–	71–	81–	91–
التكرار	6	2	6	12	8	6

● مثل هذه البيانات بالمدرج التكراري .



② عدد اللاعبين الذين كتلة كل منهم 81 كجم أو أكثر = 8 + 6 = 14 لاعبا

لاحظ أن : لا يُظهر المدرج التكراري القيم الحقيقية للبيانات .

---

2 تتكون البيانات الآتية من الكتل بالكيلو جرام لمجموعة من 30 طالبا :

70 , 43 , 48 , 72 , 53 , 81 , 76 , 54 , 58 ,
64 , 51 , 53 , 75 , 62 , 84 , 67 , 72 , 80 ,
88 , 65 , 60 , 43 , 53 , 42 , 57 , 61 , 55 ,
75 , 82 , 71

① قم بتنظيم هذه البيانات في جدول مستخدما فترات متساوية الطول .

40 – , 50 – , ...

② ما الفترة التي تحتوي على أكبر عدد من الطلاب ؟

③ ما عدد الطلاب الذين تقل كتل كل منهم عن 70 كجم ؟

④ مثل البيانات بمدرج تكراري .

مخطط الساق والأوراق :

يستخدم مخطط الساق والأوراق لعرض البيانات العددية مرتبة بحيث يقسم كل عدد لجزأين (الساق – الأوراق)

فمثلا : عدد مكون من رقمين (41) تمثل العشرات بالساق (4) والآحاد بالأوراق (1) والمثال التالي يوضح ذلك :

أمثلة :

❶ إذا كان عدد الساعات التي يقضيها طالبا في استخدام الإنترنت أسبوعيا كالتالي :

14 35 27 21 20 46 20 40 31 18

28 11 44 33 18 32 21 19 43 15

34 41 21 16 26 32 30

① قم بتنظيم هذه البيانات ومثلها باستخدام مخطط الساق والأوراق .

② أوجد من مخطط الساق والأوراق كلا من المنوال والوسيط والرُبيع الأول والرُبيع الثالث

③ مثل البيانات باستخدام المخطط الصندوقي .

تمثيل البيانات بمخطط الساق والأوراق :

- أصغر عدد هو 11 وأكبر عدد هو 46
- ارسم خطا رأسيا
- اكتب على اليسار الساق وتحته الأعداد : 1 , 2 , 3 , 4
- اكتب على اليمين الأوراق والتي تمثل أرقام الآحاد مرتبة تصاعديا في كل صف .
- اكتب مفتاح كيفية قراءة البيانات .

الأوراق	الساق
1 4 5 6 8 8 9	1
0 0 1 1 1 6 7 8	2
0 1 2 2 3 4 5	3
0 1 3 4 6	4

المفتاح	2|6 تمثل 26 ساعة

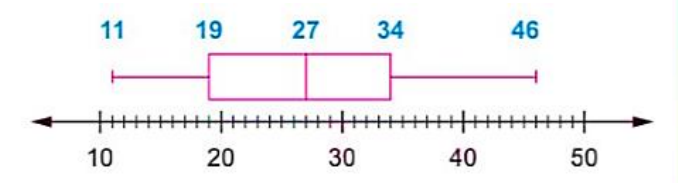
② المنوال هو العدد الأكثر تكرار في الصف فمثلا 1 مكرر ثلاث مرات في السطر الثاني .

فإن المنوال = 21

بما أن القيم مرتبة تصاعديا فإن الوسيط = 27

والربيع الأول = 19 والرُبيع الثالث = 34

تمثيل البيانات بالمخطط الصندوقي



الربيع الأول : هو عنصر المجموعة الذي يتوسط بين العنصرين الأصغر والوسيط للمجموعة.

الربيع الثاني : هو نفسه وسيط المجموعة

الربيع الثالث : هو عنصر المجموعة الذي يتوسط بين وسيط المجموعة والعنصر الأكبر للمجموعة

لاحظ أن :

- إذا كانت البيانات بها علامات عشرية مثل :

12.7 , 9.4 , 10.5 , ... تكون الأوراق هي الجزء من عشرة مثل 7 , 4 , 5 وتكون الساق هي الجزء الصحيح من العدد مثل 12 , 9 , 10 ويكون المفتاح كما بالشكل 7 | 12 يمثل 12.7

- المخطط الصندوقي يتم فيه توزيع البيانات على خط الأعداد ، وذلك بتحديد القيمة الصغرى والقيمة الكبرى والوسيط والرُبيع الاول والثالث .

- لا يُظهر المخطط الصندوقي القيم الحقيقية للبيانات . ولكنه أسهل في إيجاد الوسيط والرُبيع الأول والثالث .

2 تمثل البيانات الآتية درجات الحرارة المسجلة في إحدى المدن خلال ثلاثة أسابيع :

21 , 41 , 42 , 26 , 25 , 25 , 43 , 24 , 25 ,
19 , 18 , 41 , 17 , 40 , 38 , 33 , 32 , 29 ,
33 , 28 , 34

ارسم مخطط الساق والأوراق ثم استنتج منه الوسيط والمنوال

....
....
....
....

....
....
....
....
....
....

المخططات البيانية المضللة :

يمكن أن تكون الرسوم البيانية أداة فعالة لتوضيح البيانات ، لكنها أيضا يمكن أن تكون مضلله إذا لم تستخدم بشكل صحيح ، أو إذا لم تُعرض البيانات بشكل صحيح مما يؤدي أحيانا إلى التأثير على الاستنتاجات .

بعض الطرق الشائعة التي يمكن أن تكون فيها الرسوم البيانية مضللة :

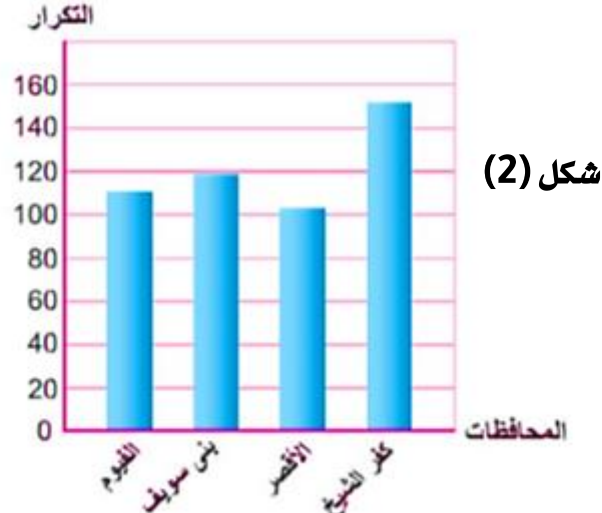
1. إذا كان المحور الرأسي لا يبدأ من الصفر .
2. إذا استخدم مقياس رسم غير متساو على المحور الرأسي .

تنبيه : دائما يجب قراءة المخططات البيانية بعناية وفهم كيفية تمثيلها لتجنب الوقوع في التضليل البياني .

1 يوضح كل من المخططين البيانيين الآتيين عدد مكاتب البريد في محافظات الفيوم ، بني سويف ، الأقصر ، كفر الشيخ لعام 2022 / 2021 ، ما المخطط البياني الذي يمكن أن يكون مضللا ؟ ولماذا ؟

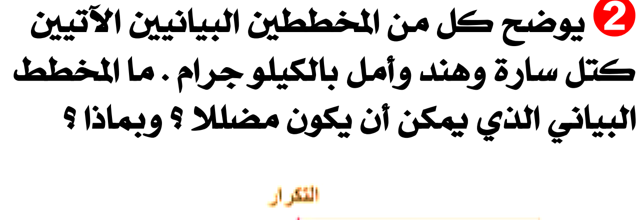
شكل (1)



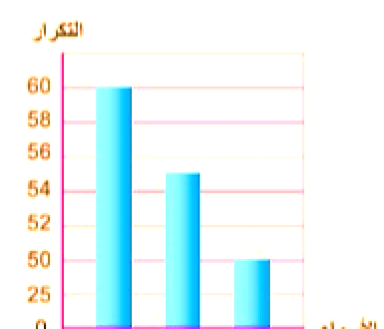


شكل (2)

من الواضح أن المخطط البياني في شكل (1) مضلل حيث إن المحور الرأسي لم يستخدم مقياس رسم متساويا ، وفيه يبدو أن عدد مكاتب البريد في بني سويف ضعف عدد مكاتب البريد في الأقصر تقريبا



2 يوضح كل من المخططين البيانيين الآتيين كتل سارة وهند وأمل بالكيلو جرام . ما المخطط البياني الذي يمكن أن يكون مضللا ؟ وبماذا ؟






....

....

....

....

تمارين ومسائل

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① من مخطط الساق والأوراق المقابل ، ما الوسيط ؟ ....

الساق	الأوراق
0	9
1	0 2 2 2 3 4 5 6 6
2	0 1 1 5 7 8 9
3	1 2 3

المفتاح 1 | 3 تعني 31

A 16 B 17

C 18 D 20

② أي من المخططات الآتية لا يظهر البيانات الحقيقية ؟ ....

A مخطط التمثيل بالنقاط

B المدرج التكراري C التمثيل بالأعمدة

D مخطط الساق والأوراق .

③ المخططان البيانيان الآتيان أحدهما يمثل أطوال ثلاثة أصدقاء والآخر يمثل أعداد ما يملكه موظفو شركة ما من أجهزة التابلت أو التليفون المحمول . أي من المخططين يعتبر مضللا ؟ ....



A A فقط مضلل B B فقط مضلل

C كلاهما مضلل D كلاهما غير مضلل

❷ تمثل البيانات الآتية عدد ألعاب الأطفال التي باعها أحد المتاجر خلال 30 يوما :

13 , 32 , 12 , 33 , 27 , 37 , 44 , 8 , 26 ,
32 , 36 , 41 , 45 , 9 , 38 , 16 , 46 , 48 ,
29 , 15 , 13 , 32 , 33 , 14 , 18 , 28 , 34 ,
25 , 7 , 18

مثل هذه المبيعات بمخطط الساق والأوراق ، ثم أوجد كلا من الوسيط والمنوال .

....

❸ مثل الجدول الآتي بالمدرج التكراري :

الفترات	1 –	11 –	21 –	31 –	41 –
التكرار	8	12	36	24	20

....

❹ فيما يلي الطول بالسنتيمتر لعدد 32 طالبا :

144 131 142 130 134 140 152 134
137 145 135 135 143 147 132 144
146 132 138 136 142 133 151 148
139 149 144 130 148 141 139 140

① كون جدولا تكراريا ذي مجموعات مستخدما الفترات (130 — , 135 — , ...) ثم مثله بمدرج تكراري .

② ما عدد الطلاب الذين يقل طول كل منهم عن 145 سم ؟

....

❺ يبين الجدول الآتي مبيعات أحد محال بيع الكمبيوتر خلال العام الماضي :

النوع	التكرار
كمبيوتر شخصي	60
كمبيوتر محمول	100
تابلت	80
قطع إلكترونية	240

مثل هذه البيانات بمخطط بياني مناسب

....

❻ يبين الجدول الآتي مدخرات طلاب الصف الأول الاعدادي بإحدى المدارس :

الفترات	التكرار
1 –	6
101 –	10
210 –	18
301 –	12
401 –	8

مثل هذه المدخرات بالمدرج التكراري

❼ يوضح مخطط الساق والأوراق متوسط عمر البطارية لعدد 25 تليفون محمول :

① ارسم المخطط الصندوقي لهذه البيانات .

② ما عدد التليفونات المحمولة التي يكون متوسط عمر البطاريات لديها أكثر من 17 ساعة ؟

الساق	الأوراق
0	8 9
1	0 1 1 2 2 2 3 4 5 6 7 8 9
2	0 2 5 6 7 8 9 9
3	1 2

المفتاح 2|3 تمثل 32 ساعة

الدرس ❷

الوسط الحسابي

في هذا الدرس سوف نتعلم كيفية إيجاد الوسط الحسابي لتوزيع تكراري ، والذي سيمكنك من حل هذه المشكلات الحياتية .

مقاييس النزعة المركزية :

تعلمت فيما سبق مقاييس النزعة المركزية وهي القيم التي تصف مركز تجمع مجموعة من البيانات ويعتبر الوسط الحسابي من أكثر مقاييس النزعة المركزية استخداما .

مقاييس النزعة المركزية لمجموعة من القيم

① الوسط الحسابي (المتوسط)

الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددهم}}$

فمثلا :

الوسط الحسابي للقيم 5 , 8 , 11 4 , 7 يساوي

$$7 = \frac{7 + 4 + 11 + 8 + 5}{5}$$

② الوسيط :

الوسيط هو القيمة التي تتوسط القيم بعد ترتيبها

فمثلا :

- الوسيط لمجموعة القيم :

9 , 9 , 6 , **4** , 3 , 2 , 2 يساوي 4

- الوسيط لمجموعة القيم :

17 , 9 , **6** , **4** , 3 , 2 يساوي

$$5 = \frac{4 + 6}{2}$$

③ المنوال :

المنوال هو القيمة الأكثر شيوعا أو الأكثر تكرارا

فمثلا :

- المنوال للقيم :

7 , 9 , 0 , 6 , 7 , 3 , 7 , 8 يساوي 7

- بينما المنوال للقيم :

8 , 5 , 0 , 6 , 7 , 3 , 8 , 7 هو 7 , 8

(ثنائية المنوال)

- أما القيم : 2 , 0 , 5 , 3 , 8 , 7

ليس لها منوال .

أمثلة :

❶ أكمل ما يأتي :

① إذا كان الوسط الحسابي للقيم الآتية :

8 , X , 7 , 5 هو 6 فإن X تساوي ....

② إذا كان مجموع خمسة أعداد يساوي 30 فإن المتوسط الحسابي لهذه الاعداد يساوي ....

③ إذا كان الوسيط للقيم :

$a + 4$, $a + 2$, $a + 3$ حيث $a \,\square\, Z^{+}$ هو 8

فإن a تساوي ....

④ إذا كان المنوال لمجموعة القيم :

7 , 5 , $y + 3$, 5 , 7 هو 7 فإن : y تساوي ....

⑤ إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة القيم

$X + 2$, 5 , 3 هو 4 فإن الوسط الحسابي للقيمتين $2X + 5$, $5 - X$ هو ....

---

❷ تجتاز سارة خمسة اختبارات الدرجة العظمى لكل منها 100 فإذا كانت درجاتها في ثلاثة اختبارات هي 81 , 94 , 88 ما أقل درجة يمكن أن تحصل عليها في أحد الاختبارين الأخرين للحصول على متوسط 83 في الاختبارات الخمسة ؟

مجموع درجات سارة في الاختبارات الثلاثة =

$81 + 94 + 88 = 263$ درجة

للحصول على متوسط 83 درجة في الاختبارات الخمسة ، يجب أن يكون مجموع الدرجات في الاختبارات الخمسة = $5 \times 83 = 415$ درجة .

على ذلك فإن مجموع الدرجات التي تحتاجها سارة في الاختبارين التاليين هو الفرق بين 415 و 263

$415 - 263 = 152$

ونظرا لأن الحد الأقصى للدرجة التي يمكنها الحصول عليها في أحد الاختبارين هي 100 فإن أقل درجة ممكنة يمكنها الحصول عليها هي 52

---

❸ الأعداد : 47 , 42 , 55 , 75 , 55 تمثل أعداد الأطفال الحاصلين على تطعيم شلل الأطفال في خمسة أيام . إذا كان عدد الحاصلين على التطعيم في اليوم السادس هو 95 طفلا ، فأي من العبارات الآتية تكون صحيحة ؟

① الوسيط ينقص ② المنوال يزداد

③ المتوسط ينقص ④ المتوسط يزداد .

....
....
....
....
....

الوسط الحسابي لتوزيع تكراري

الوسط الحسابي $(\bar{X}) = \frac{\sum (f . X)}{\sum f}$

حيث : $\sum f$ هو مجموع التكرارات و $\sum (f . X)$ هو مجموع حواصل ضرب f في X

أمثلة :

❶ يوضح الجدول التكراري التالي المصروف اليومي لطالب خلال أسبوع واحد .

المصروف بالجنية (X)	عدد الأيام (f)
16	2
20	3
25	1
30	1

أوجد متوسط المصروف اليومي لهذا الطالب .

X	f	$f . X$
16	2	32
20	3	60
25	1	25
30	1	30
المجموع	7	147

متوسط المصروف اليومي $= \frac{\sum (f . X)}{\sum f}$

$= \frac{147}{7} = 21$ جنيها .

❷ إذا كانت كتل فريق الكاراتيه بالمدرسة بالكيلوجرام موضحة في الجدول التالي :

الكتلة (كجم)	التكرار
71	1
72	2
73	4
74	3
75	5
76	3
77	2

احسب الوسط الحسابي لكتل هؤلاء اللاعبين .

X	f	$f . X$
المجموع		

....

....

....

❸ يبين الجدول الآتي عدد ساعات العمل لمجموعة من العمال :

عدد الساعات (X)	5	6	7	8	9	10
عدد العمال (f)	12	n	30	39	16	9

أوجد عدد العمال الذين يعملون 6 ساعات بحيث يكون الوسط الحسابي لعدد ساعات العمل 7.5 ساعة .

X	f	$f \cdot X$
5	12	60
6	n	6n
7	30	210
8	39	312
9	16	144
10	9	90
المجموع	n + 106	6n + 816

$$\bar{X} = \frac{\sum (f \cdot X)}{\sum f}$$

$$\frac{15}{2} = \frac{6n + 816}{n + 106}$$

$$15\,(n + 106) = 2\,(6n + 816)$$

$$15n - 12n = 1632 - 1590$$

$$3n = 42$$

$$N = 42 \div 3 = 14$$

4 يبين الجدول الآتي عدد الأطفال لمجموعة من الأسر.

عدد الأطفال	عدد الأسر
0	20
1	40
2	60
3	80
4	m

ما عدد الأسر التي لديها 4 أطفال بحيث يكون الوسط الحسابي لعدد الأطفال 3 أطفال ؟

X	f	$f \cdot X$
المجموع		

....

....

....

....

....

البيانات الإحصائية المضللة

استخدام الوسط الحسابي دون النظر إلى التوزيع العام للبيانات ، يمكن أن يكون مضللا . فإذا كان هناك بعض القيم المتطرفة (الكبيرة جدا أو الصغيرة جدا) يمكن أن يؤثر ذلك بشكل كبير على الوسط الحسابي ، ولذلك من الأفضل في هذه الحالة استخدام الوسيط أو المنوال .

5 عرض أحد المطاعم قائمة لأسعار وجبات الغداء بالمطعم بالجنية وأعلن هذا المطعم بأن متوسط سعر الوجبة 132 جنيها . وضح لماذا يكون متوسط سعر الوجبة مضللا .

قائمة الأسعار

الصنف	السعر
$\frac{1}{2}$ ك كفتة	180
$\frac{1}{2}$ فرخة	150
شاورما	160
$\frac{1}{2}$ ك سمك	150
زجاجة مياه	20

الوسط الحسابي لأسعار الوجبات

$$\frac{180 + 150 + 160 + 150 + 20}{5} = 132$$

صاحب المطعم استخدم مقياس الوسط الحسابي لقياس متوسط سعر الوجبة ، وهذا المقياس

(الوسط الحسابي) مضلل ، لأن هناك قيمة متطرفة (20) وهي لا تعبر عن سعر أي وجبة ، استغلها المطعم وأعلن أن متوسط سعر الوجبة 132 جنيها ، وهذا يخالف الواقع ، ويجب أن نحصل على مقياس أخر أكثر صدقا في وجود القيم المتطرفة وهو الوسيط حيث الوسيط هو 150 وهو يعبر بشكل أكثر صدقا على أسعار الوجبات .

---

6 طالب حصل على الدرجات الآتية في خمسة امتحانات 40 , 45 , 100 , 50 , 40 إذا كانت الدرجة العظمى للامتحان الواحد 100 ، أوجد كلا من الوسط الحسابي والوسيط لدرجات الطالب ، وأي هذه المقاييس أكثر صدقا ؟

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

تمارين ومسائل

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① إذا كان لمجموعة من البيانات :

$\sum f = 10$ ، $\sum (f . X) = 40$ فما قيمة $\bar{X}$ ؟ .....

A 4 B 30 C 50 D 400

② إذا كان لمجموعة من البيانات :

$\sum (f . X) = 1500$ ، $\bar{X} = 20$ فما قيمة $\sum f$ ؟

A 75 B 150

C 3000 D 30000

③ حصلت ساندي على الدرجات 18 , 17 , 16 , 15 , 18 في خمسة اختبارات لمادة الرياضيات . إذا حذفت المعلمة الدرجة الصغرى فأي مما يأتي صحيح ؟ ....

A المتوسط يقل B الوسيط يقل

C المتوسط يزداد D الوسيط لم يتغير

---

2 إذا كان الوسط الحسابي للأعداد :

$2n - 2$, 14 , 3 , $n + 16$ هو 12.25 أوجد الوسيط لهذه الاعداد .

....

....

....

....

---

❸ يبين الجدول التالي عدد الدقائق التي يقضيها مجموعة من الأشخاص في المحادثات التليفونية. احسب متوسط ما يقضيه الشخص في المحادثات التليفونية.

عدد الدقائق	2	3	4	5	6
التكرار	12	20	36	20	12

❹ يوضح الجدول التالي مجموعة من رواتب الموظفين بالجنية في شركة ما. أكد صاحب الشركة أن متوسط رواتب الموظفين لديه هو 6500 جنية. وضح لماذا يكون متوسط رواتب الموظفين مضللا ويعطي انطباعا أعلى مما هي عليه بالفعل لمعظم الموظفين.

رواتب الموظفين	
وظيفة (1)	25000
وظيفة (2)	4000
وظيفة (3)	3000
وظيفة (4)	2500
وظيفة (5)	2500
وظيفة (6)	2000

❺ سُئلت مجموعة من طلاب الصف الأول الاعدادي عن عدد ساعات ممارسة الرياضة في الأسبوع وكانت الإجابات كما الجدول التالي

عدد الساعات	8	9	10	11	12
التكرار	6	8	14	8	4

احسب المتوسط الحسابي لعدد ساعات ممارسة الرياضة لهؤلاء الطلاب.

❻ يوضح الشكل التالي درجات 72 طالبا في امتحان مادة الرياضيات مثلة بالأعمدة البيانية أوجد متوسط درجات الطلاب.

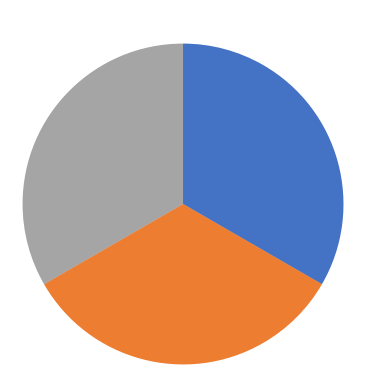


الدرس 3

القطاعات الدائرية

مخطط القطاعات الدائرية هو دائرة مقسمة إلى قطاعات حسب نسبة التكرارات في كل مجموعة من مجموعات التوزيع ، وهو طريقة بيانية مبسطة لإظهار علاقة الأجزاء بالكل من خلال مقارنة مساحات الأجزاء بشكل مرئي

لاحظ أن : مجموع النسب في القطاعات الدائرية $= 100\%$



أمثلة :

1 يمثل الجدول التالي عدد الأصوات التي حصل عليها كل من خالد وأنس وحمزة في انتخابات الفصل . استخدم مخطط القطاعات الدائرية لتمثيل هذه البيانات .

اسم الطالب	عدد الأصوات
خالد	8
أنس	12
حمزة	10

- نحسب العدد الكلي للأصوات :

$$8 + 12 + 10 = 30$$

- نحسب قياس الزاوية المركزية التي تمثل عدد أصوات كل مرشح :

$$\text{قياس الزاوية المركزية} = \frac{\text{عدد أصوات كل مرشح}}{\text{العدد الكلي}} \times 360^\circ$$

" خالد " $\frac{8}{30} \times 360^\circ = 96^\circ$

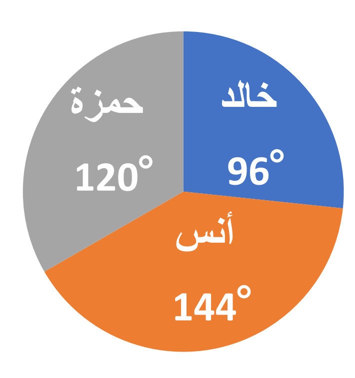
" أنس " $\frac{12}{30} \times 360^\circ = 144^\circ$

" حمزة " $\frac{10}{30} \times 360^\circ = 120^\circ$

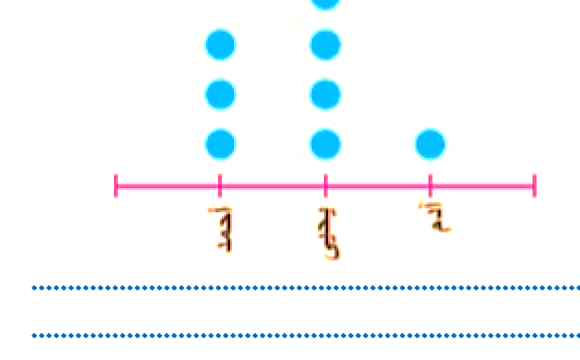
- ارسم دائرة مناسبة ، وارسم الزاوية المركزية التي تمثل عدد أصوات كل مرشح .

خطوات الرسم :

- ارسم دائرة بالفرجار
- ارسم نصف قطر في الدائرة
- ارسم زاوية مركزية قياسها 96° حيث يمثل هذا القطاع عدد أصوات خالد
- استخدم نصف القطر الجديد لرسم زاوية مركزية قياسها 144° حيث يمثل هذا القطاع عدد أصوات أنس .
- الجزء المتبقي يمثل عدد أصوات حمزة حيث إنه قطاع دائري قياس زاويته المركزية 120°



2 يمثل مخطط النقاط التالي إسهامات ثلاثة أصدقاء (بالألف جنية) في أحد المشروعات . مثل نصيب كل منهم في المشروع مستخدما القطاعات الدائرية .



....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

---

3 في استبيان لمجموعة من الأشخاص عن الرياضة المفضلة لديهم ، وكانت نتائج الاستبيان كما يلي :

الرياضة	كرة اليد	كرة السلة	كرة القدم	الكرة الطائرة
النسبة	15%	25%	45%	....

مثل نتائج الاستبيان بالقطاعات الدائرية .

- نوجد النسبة المئوية للكرة الطائرة :

$$100\% - (45\% + 25\% + 15\%) = 15\%$$

- نحسب قياس الزاوية المركزية التي تمثل كل رياضة :

" كرة يد " $\frac{15}{100} \times 360^\circ = 54^\circ$

" كرة السلة " $\frac{25}{100} \times 360^\circ = 90^\circ$

" كرة القدم " $\frac{45}{100} \times 360^\circ = 162^\circ$

" الكرة الطائرة " $\frac{15}{100} \times 360^\circ = 54^\circ$

- نرسم دائرة مناسبة ، وارسم الزاوية المركزية التي تمثل كل رياضة .



---

4 رصد أحد الأسواق التجارية حركة البيع أثناء اليوم فكانت النتائج كالآتي :

مكونات السوق التجاري	النسبة
مواد غذائية	45%
ألبان	35%
عصائر ومشروبات	....
حلويات	5%

مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية

....

....

....

....

....

....

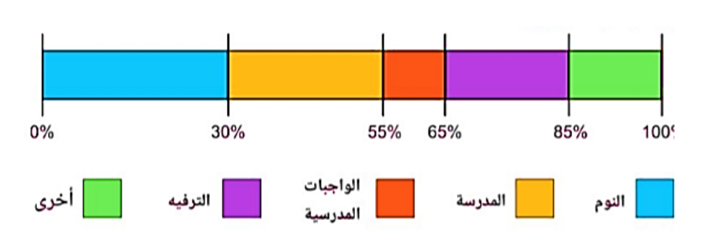
....

....

....

....

5 يوضح الشكل الآتي كيف يقضي باسم ساعات يومه بالكامل :



ارسم مخطط القطاعات الدائرية الذي يعبر عن تلك الممارسات .

من الشكل السابق نرسم الجدول التالي :

الممارسة	النوم	المدرسة	الواجبات المدرسية	الترفية	أخرى
النسبة	30%	25%	10%	20%	15%

نحسب قياس الزاوية المركزية التي تمثل كل ممارسة :

" النوم " $\frac{30}{100} \times 360^\circ = 108^\circ$

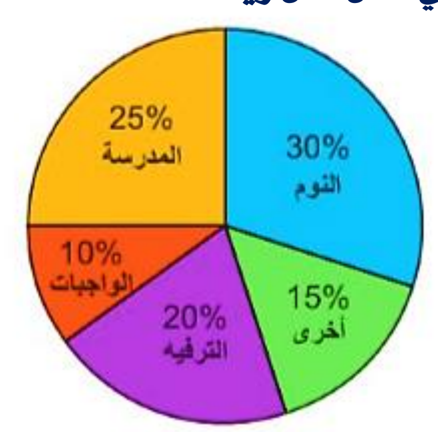
" المدرسة " $\frac{25}{100} \times 360^\circ = 90^\circ$

" الواجب " $\frac{10}{100} \times 360^\circ = 36^\circ$

" الترفيه " $\frac{20}{100} \times 360^\circ = 72^\circ$

" أخرى " $\frac{15}{100} \times 360^\circ = 54^\circ$

• نرسم دائرة مناسبة ، وارسم الزاوية المركزية التي تمثل كل رياضة .



6 في استبيان مجموعة من الأشخاص عن أي فصول السنة يفضلون كانت نتائج الاستبيان كالتالي :



مثل نتائج الاستبيان بالقطاعات الدائرية .

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

7 يبين مخطط القطاعات الدائرية التالي النسب المئوية للسعرات الحرارية التي تناولتها سالي خلال وجبات اليوم . إذا تناولت سالي 2500 سعرا حراريا في اليوم ، فما عدد السعرات الحرارية التي تناولتها على العشاء ؟ أوجد قياس الزاوية المركزية في قطاع وجبة الإفطار .



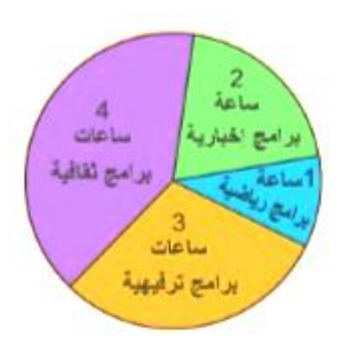
عدد سعرات وجبة العشاء

$2500 \times 32\% = 2500 \times 0.32 = 800$

قياس الزاوية المركزية في قطاع الإفطار

$\frac{18}{100} \times 360^\circ = 64.8^\circ \simeq 65^\circ$

8 يمثل المخطط البياني الآتي بث قناة تليفزيونية لمدة 10 ساعات لأحد الأيام .



- أوجد النسبة المئوية لعدد ساعات بث البرامج الترفيهية .
- أوجد قياس الزاوية المركزية في قطاع البرامج الثقافية .

---

9 يوضح الجدول التالي عدد أعضاء أحد الأندية من الأطفال والشباب حسب أعمارهم مثل النتائج بالقطاعات الدائرية .

الفترات (الأعمار)	1–	11–	21–	31–
عدد الأعضاء (التكرار)	900	1200	2700	2400

حيث إن مجموع قياسات الزوايا المركزية في الدائرة 360°

مجموع التكرارات =

$900 + 1200 + 2700 + 2400 = 7200$

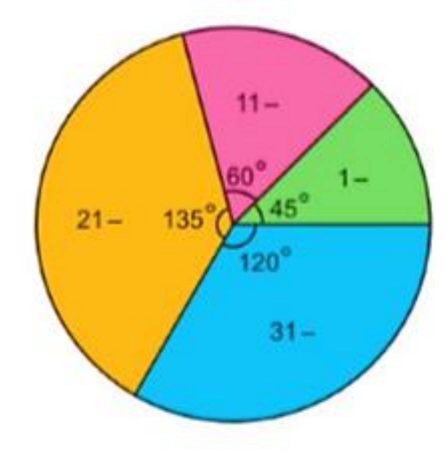
قياس الزاوية المركزية = $\frac{\text{التكرار}}{\text{مجموع التكرارات}} \times 360^\circ$

الفترة " 1– " $\frac{900}{7200} \times 360^\circ = 45^\circ$

الفترة " 11– " $\frac{1200}{7200} \times 360^\circ = 60^\circ$

الفترة " 21– " $\frac{1200}{7200} \times 360^\circ = 36^\circ$

الفترة " 31– " $\frac{2400}{7200} \times 360^\circ = 72^\circ$



---

10 رصدت المعلمة درجات 30 طالبا في امتحان الفصل الدراسي الأول وكانت النتائج كالتالي :

الدرجات	عدد الطلاب
1–	6
9–	16
17–	8

مثل هذه النتائج بالقطاعات الدائرية .

تمارين ومسائل

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

في استبيان شمل 2000 بنت عن هواية واحدة تفضلها كما هو موضح بمخطط القطاعات الدائرية المقابل :

① أي هوايه تمارسها البنات أكثر من غيرها

A الرسم B الموسيقى
C السباحة D القراءة

② ما قياس الزاوية المركزية التي تقابل قطاع القراءة ؟ ....

A $35°$ B $45°$ C $86°$ D $104°$

③ ما الهواية التي تمارسها $\frac{1}{4}$ البنات تقريبا ؟ ...

A الرسم B الموسيقى
C السباحة D القراءة

④ يوضح مخطط القطاعات الدائرية المقابل عدد اكتب التي قرأها 300 طالب في المدرسة ، ما عدد الطلاب الذين قرأوا أقل من 4 كتب ؟

A 51 B 77 C 231 D 282

⑤ عند تمثيل الجدول المقابل بمخطط القطاعات الدائرية ، فما قياس الزاوية المركزية التي تقابل قطاع القهوة ؟ ....

نوع المشروب	القهوة	الشاي	العصائر
عدد الأشخاص	150	350	100

A $45°$ B $90°$ C $120°$ D $150°$

2 في إحدى مباريات التنس لوحظ أن أحد اللاعبين قد حقق 15 ضربة ساحقة ، موزعة حسب الجدول التالي . ارسم مخطط القطاعات الدائرية الذي يمثل ذلك التوزيع

المجموعات	الأولى	الثانية	الثالثة
عدد الضربات	7	3	5

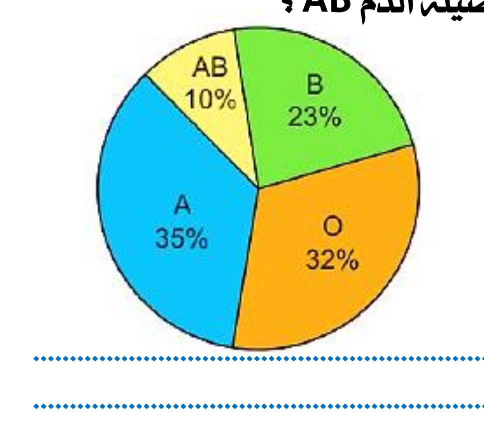
....
....
....
....
....
....
....

3 في استبيان شمل مجموعة من طلاب الصف الأول الاعدادي حول لونهم المفضل . كانت النتائج بالجدول التالي . ارسم مخطط القطاعات الدائرية لتمثيل هذا الجدول .

اللون المفضل	النسبة
الأحمر	25%
الأزرق	30%
الأخضر	10%
الأصفر	35%

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

4 يوضح مخطط القطاعات الدائرية التالي توزيع فصائل الدم لمجموعة من الأشخاص فكانت فصيلة الدم A لدى 2,800,000 شخص فما عدد الأشخاص الذين شملهم الاستبيان ؟ وكم منهم كانت فصيلة الدم AB ؟



5 تنمو مبيعات التجزئة عبر الانترنت بسرعة كبيرة فإذا كانت أعلى فئات مبيعات التجزئة عبر الانترنت هي 50% للسفر وكانت 20% للملابس والأحذية و 15% لأجهزة وبرامج الكمبيوتر ، 10% للسيارات وقطع الغيار ، 5% للمفروشات المنزلية ارسم مخطط القطاعات الدائرية لتمثيل المبيعات عبر الانترنت .

6 توضح الأعمدة البيانية التالية توزيع الطلاب في الأنشطة الصيفية حسب رغباتهم أكمل الجدول التالي :

النشاط	كرة سلة	كرة قدم	كرة يد
النسب	%	%	% ....

ثم مثل البيانات بالقطاعات الدائرية .



7 يوضح المدرج التكراري التالي الوقت المنقضي في استخدام التليفون أسبوعيا لـ 40 تلميذا مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية .

الوحدة الرابعة : الهندسة

الدرس الأول 1

أنواع الزوايا والعلاقات بين الزوايا

مفهوم الزاوية : الزاوية هي اتحاد شعاعين لهما نفس نقطة البداية

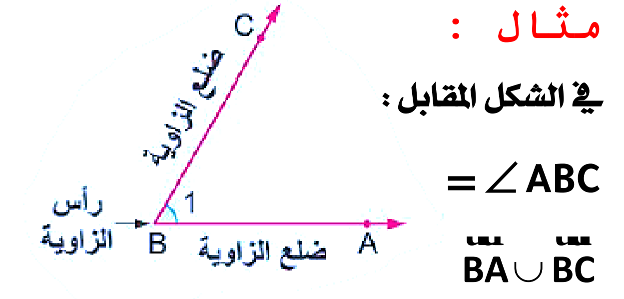
- نقطة بداية الشعاعين تسمى رأس الزاوية
- كل من الشعاعين يسمى ضلع الزاوية .

مثـال :

في الشكل المقابل :

$\angle ABC =$

$\overrightarrow{BA} \cup \overrightarrow{BC}$



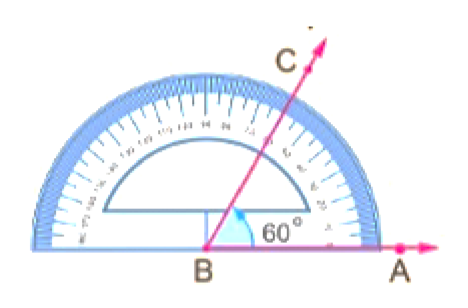
وتسمى $\angle ABC$ أو $\angle CBA$ أو $\angle B$ أو $\angle 1$

وحدات قياس الزاوية :

وحدات قياس الزاوية هي الدرجة والدقيقة والثانية حيث :

- الدرجة تساوي 60 دقيقة ($1^\circ = 60'$)
- الدقيقة تساوي 60 ثانية ($1' = 60''$)

تستخدم المنقلة لقياس الزاوية :



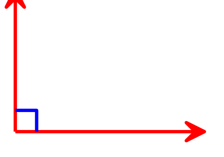
مثلا : $m(\angle ABC) = 60^\circ$ حيث m يرمز لقياس الزاوية

أنواع الزوايا :

1 الزاوية الصفرية :

زاوية قياسها 0°

وينطبق ضلعاها



2 الزاوية الحادة :

زاوية قياسها أكبر من 0°

وأصغر من 90°

3 الزاوية القائمة :

زاوية قياسها 90°

4 الزاوية المنفرجة :

زاوية قياسها أكبر من 90°

وأصغر من 180°

5 الزاوية المستقيمة :

زاوية قياسها 180°

وضلعاها في اتجاهين متضادين وعلى استقامة واحدة .

6 الزاوية المنعكسة :

زاوية قياسها أكبر من 180°

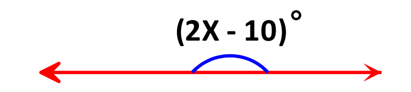
وأصغر من 360°

مثـال :

إذا كان $m(\angle A) = 70^\circ$ فإن $m(\angle A)$ المنعكسة هو : $360^\circ - 70^\circ = 290^\circ$

أمثلة :

❶ أوجد قيمة X في الشكل التالي :



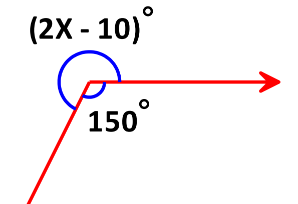
الشكل يمثل زاوية مستقيمة

$2X - 10° = 180°$

$2X = 180° + 10°$

$2X = 190°$ إذن $X = 95°$

❷ أوجد قيمة X في الشكل التالي :



الشكل يمثل زاوية منعكسة

$2X - 10° = 360° - 150°$

$2X - 10° = 210°$

$2X = 220°$ إذن $X = 110°$

❸ أوجد قيمة X في الشكل التالي :

(3x + 6)°

....
....
....

❹ إذا كان : $m(\angle A) = 120°$ فإن :

$m(\angle A)$ المنعكسة = ...°

العلاقاتُ بينَ الزوايا

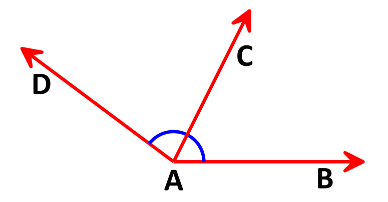
❶ الزاويتان المتجاورتان :

هما زاويتان تقعان في نفس المستوى ، ولهما رأس مشترك وضلع مشترك ، ويقع الضلعان الآخران في جهتين مختلفتين من الضلع المشترك .

مثال :

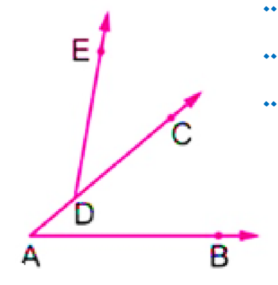
الزاويتان $\angle BAC$ ، $\angle CAD$ متجاورتان لأن :

- لهما رأس مشترك A ، وضلع مشترك $\overrightarrow{AC}$
- يقع الضلعان الآخران $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AD}$ في جهتين مختلفتين من الضلع المشترك .



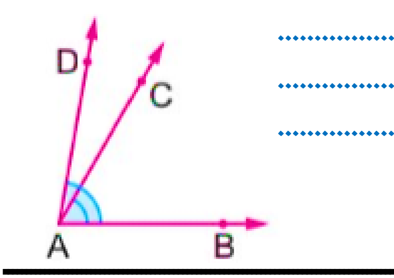
- هل $\angle BAC$ ، $\angle CDE$ زاويتان متجاورتان ؟

....
....
....



- هل $\angle BAD$ ، $\angle BAC$ زاويتان متجاورتان ؟

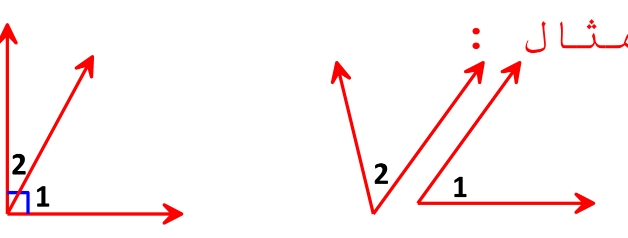
....
....
....



❷ الزاويتان المتتامتان :

هما زاويتان مجموع قياسيهما 90°

مـثـال :



إذا كان: $m(\angle 1) = 60^\circ$ ، $m(\angle 2) = 30^\circ$

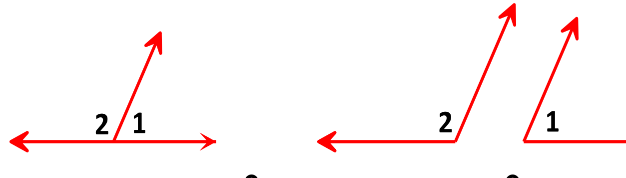
فإن: $\angle 1$ ، $\angle 2$ زاويتان متتامتان لأن :

$$m(\angle 1) + m(\angle 2) = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$$

❸ الزاويتان المتكاملتان :

هما زاويتان مجموع قياسيهما 90°

مـثـال :



إذا كان: $m(\angle 1) = 60^\circ$ ، $m(\angle 2) = 120^\circ$

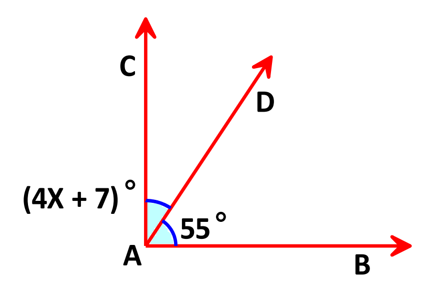
فإن: $\angle 1$ ، $\angle 2$ زاويتان متكاملتان لأن :

$$m(\angle 1) + m(\angle 2) = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$$

أمثلة :

❶ أوجد قيمة X في كل مما يأتي :

① إذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ عموديا على $\overleftrightarrow{AC}$



الزاويتان تكوّنان زاوية قائمة

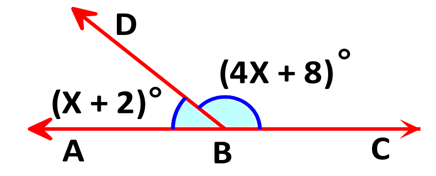
$$55^\circ + 4X + 7^\circ = 90^\circ$$

$$4X + 62^\circ = 90^\circ$$

$$4X = 90^\circ - 62^\circ = 90^\circ$$

إذن $X = 28^\circ \div 4 = 7^\circ$

② إذا كانت A , B , C على استقامة واحدة .



الزاويتان تكوّنان زاوية مستقيمة

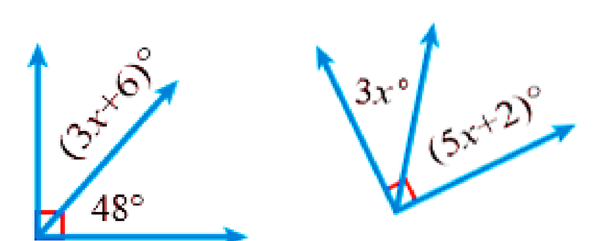
$$4X + 8^\circ + X + 2^\circ = 180^\circ$$

$$5X + 10^\circ = 180^\circ$$

$$5X = 180^\circ - 10^\circ = 170^\circ$$

إذن $X = 170^\circ \div 5 = 34^\circ$

❷ أوجد قيمة X في كل مما يأتي :



....

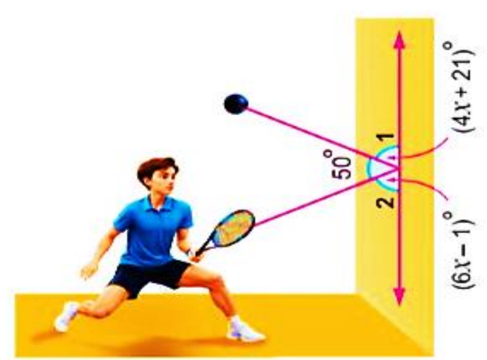
....

لاحظ أن : الزاويتان المتجاورتان الحادثتان من تقاطع مستقيم وشعاع نقطة بدايته على هذا المستقيم متكاملتان .

❸ أثناء ممارسة أمجد للعبة الإسكواش ضرب الكرة فارتطمت بالحائط وارتدت عنه.

أوجد قيمة X ثم عوض لإيجاد:

$m(\angle 2)$, $m(\angle 1)$



$$4X + 21^\circ + 50^\circ + 6X - 1^\circ = 180^\circ$$

$$10X + 70^\circ = 180^\circ$$

$$10X = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

إذن $X = 110^\circ \div 10 = 11^\circ$

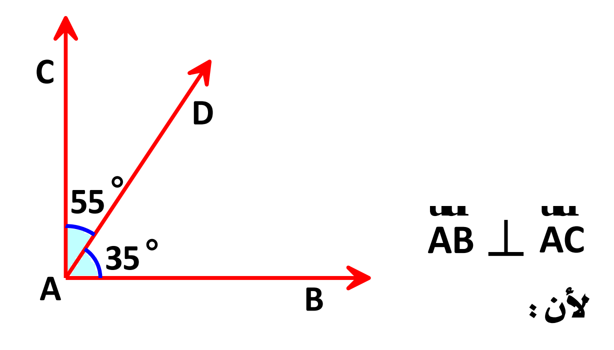
الزاويتان المتجاورتان المتتامتان والمتكاملتان :

❶ إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متتامتين ، فإن الضلعين المتطرفين لها يكونان متعامدين .

❷ إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متكاملتين ، فإن الضلعين المتطرفين لهما يكونان على استقامة واحدة

أمثلة :

❶ هل $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{AB}$ ؟ اذكر السبب .

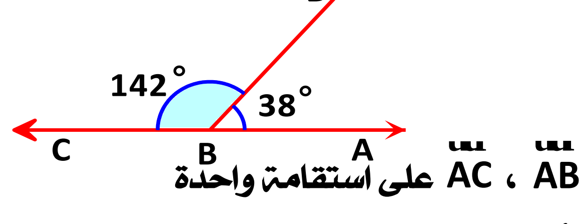


$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$

لأن :

$$m(\angle BAD) + m(\angle DAC) = 90^\circ$$

❷ هل $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ على استقامة واحدة ؟ اذكر السبب .



$\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ على استقامة واحدة

لأن :

$$m(\angle BAD) + m(\angle DAC) = 180^\circ$$

---

❸ أكمل ما يأتي :

① الزاويــة الحادة تتمم زاويــة .... وتكمل زاويــة ....

② الزاويــة الصفرية تتمم زاويــة .... وتكمل زاويــة ....

③ الزاويــة القائمة تكمل زاويــة ....

منصف الزاوية :

هو الشعاع الذي يقسم الزاوية إلى زاويتين متطابقتين (متساويتين في القياس)

---

❹ في الشكل المقابل :

إذا كان $O \in \overleftrightarrow{XN}$ ، $\overrightarrow{OM}$ ينصف $\angle NOZ$

فأوجد $m(\angle MOX)$

$$m(\angle NOZ) + 90^\circ + 50^\circ = 180^\circ$$

$$m(\angle NOZ) = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

$$m(\angle NOM) = m(\angle MOZ) =$$

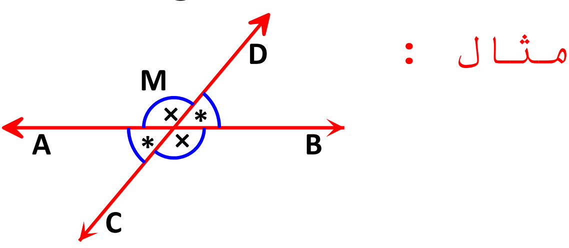
$$40^\circ \div 2 = 20^\circ$$

$$m(\angle MOX) = 20^\circ + 90^\circ + 50^\circ = 160^\circ$$

❹ الزاويتان المتقابلتان بالرأس :

الزاويتان المتقابلتان بالرأس هما زاويتان غير متجاورتين ناتجتان من تقاطع مستقيمين .

مـثـال :



الزاويتان $\angle$ AMC ، $\angle$ BMD متقابلتان بالرأس

الزاويتان $\angle$ AMD ، $\angle$ BMC متقابلتان بالرأس

الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان (متساويتان في القياس)

أي أن : $m(\angle AMD) = m(\angle BMC)$

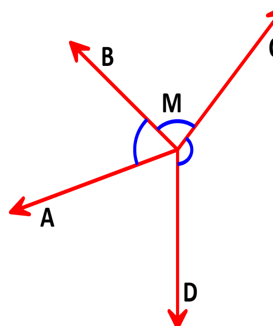
، $m(\angle AMC) = m(\angle BMD)$

---

❺ الزوايا المتجمعة حول نقطة :

مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة يساوي 360°

مـثـال :



$m(\angle AMB) + m(\angle BMC) +$

$m(\angle CMD) + m(\angle DMA) = 360^\circ$

أمثلة :

❶ أوجد قيمة X في الشكل التالي إذا كان :

$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$

$3X + 10^\circ = 125^\circ$

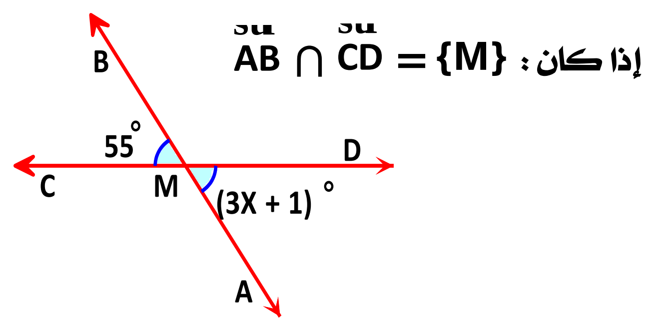
$3X = 125^\circ + 10^\circ = 135^\circ$

إذن $X = 135^\circ \div 3 = 45^\circ$

---

❷ أوجد قيمة X في الشكل التالي :

إذا كان : $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$



....

....

....

---

❸ أوجد قيمة X في الشكل التالي إذا كان :

$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$

$X + 100^\circ + 20^\circ + 90^\circ + 35^\circ = 360^\circ$

$X + 245^\circ = 360^\circ$

$X = 360^\circ - 245^\circ = 115^\circ$

تمارين ومسائل

1 أوجد قيمة X في كل مما يأتي :

(1)

$A \in \overleftrightarrow{BC}$

....

(2)

....

(3)

$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$

....

4 استخدم الشكل المقابل :

لإيجاد قيمة كل مما يأتي :

① $m(\angle SYH)$

....

② $m(\angle AYE)$

....

5 أوجد قيمة X في الشكل التالي إذا كان :

$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$

....

6 في الشكل المقابل :

أوجد قيمة y

بما أن العبارتين هما

قياسا زاويتين متقابلتين بالرأس

$4y - 42^\circ = 2y$

$4y - 2y = 42^\circ$

$2y = 42^\circ$ إذن $y = 21^\circ$

❷ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① ما نوع الزاوية المكملة لزاوية حادة ؟ ......

A حادة B منفرجة
C مستقيمة D منعكسة

② ما نوع الزاوية المتممة لزاوية قائمة ؟ ....

A حادة B منفرجة
C صفرية D مستقيمة

③ إذا كانت الزاويتان A ، B متتامتين
وكان $m(\angle A) = 40^\circ$ فما قياس $\angle B$ ؟ .....

A 40° B 50° C 90° D 140°

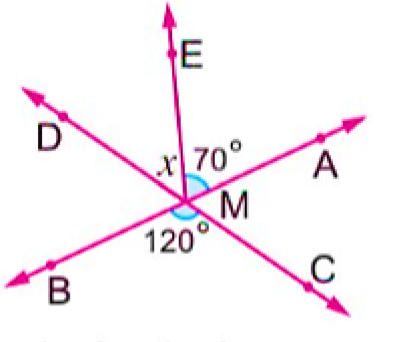
④ ما قياس الزاوية التي تكمل الزاوية التي
قياسها $34^\circ\ 60'$ ؟ ....

A 55° B 56° C 145° D 146°

---

❸ أوجد قيمة X في كل مما يأتي :

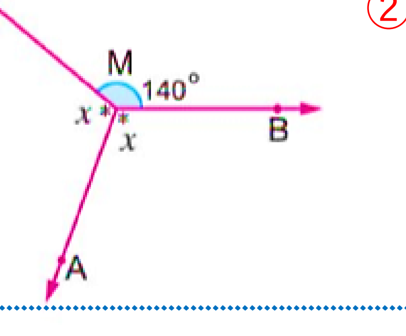
①



$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$

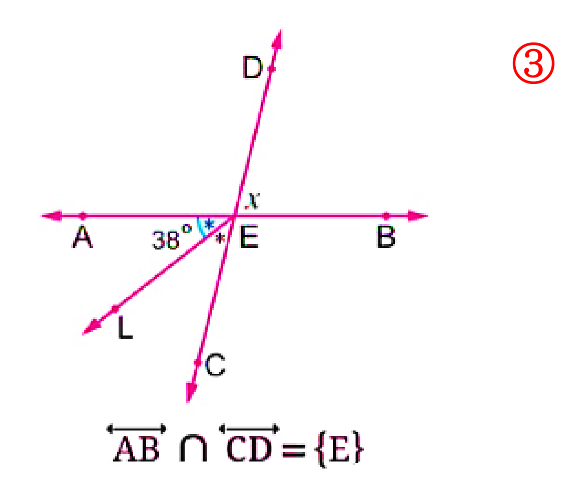
....
....

②



....
....

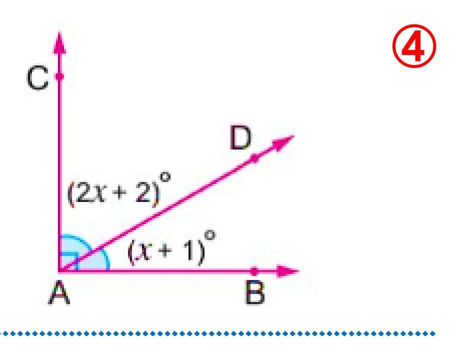
③



$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{E\}$

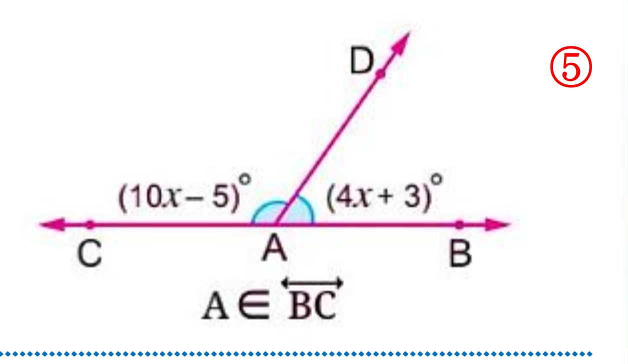
....
....

④



....
....

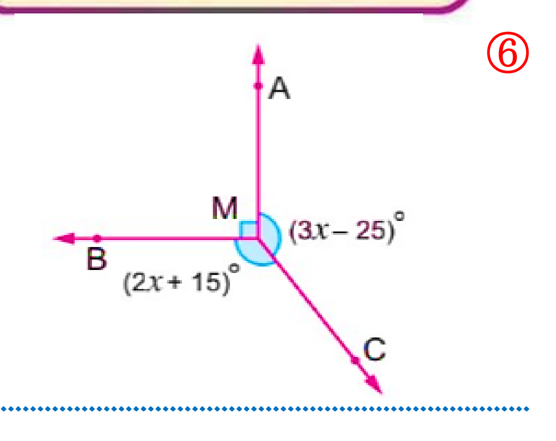
⑤



$A \in \overleftrightarrow{BC}$

....
....

⑥

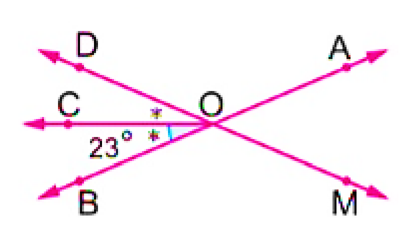


....

....

4 في كل مما يأتي : أوجد $m(\angle AOM)$

①

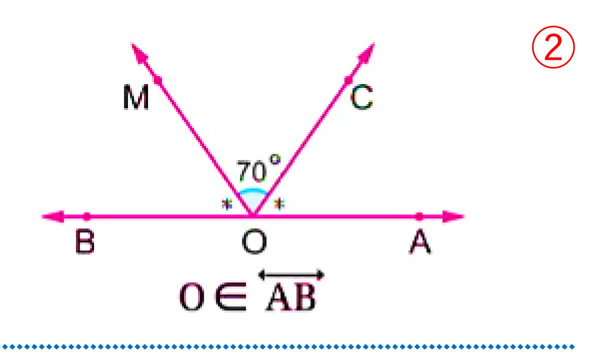


$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{DM} = \{O\}$

....

....

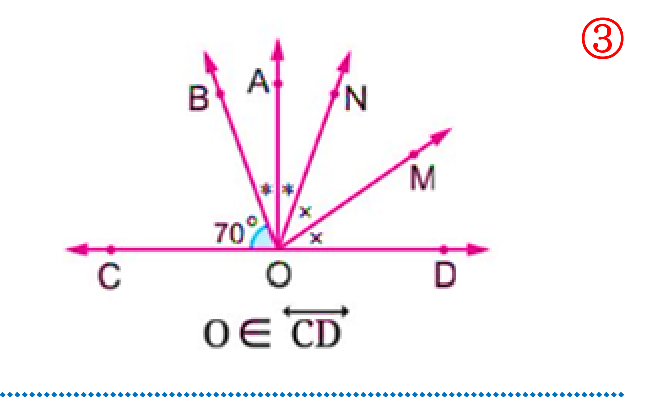
②



....

....

③

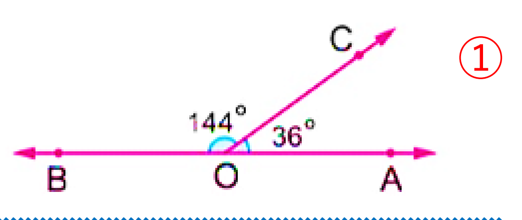


....

....

5 في كل من الأشكال الآتية ، هل $\overrightarrow{OA}$ ، $\overrightarrow{OB}$ على استقامة واحدة أم لا ؟ ولماذا ؟

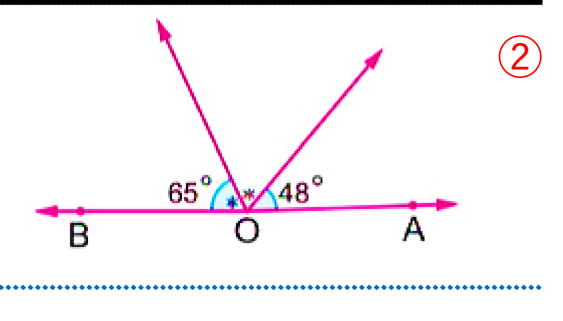
①



....

....

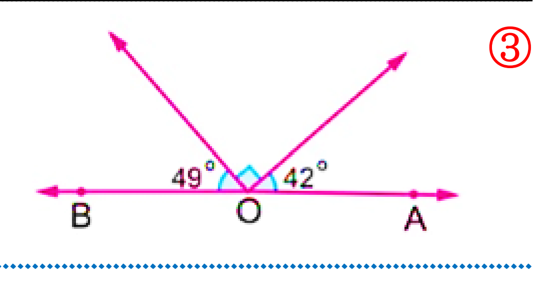
②



....

....

③



....

....

6 زاويتان متقابلتان بالرأس قياس إحداهما $(2X)^\circ$ وقياس الأخرى $(X + 28)^\circ$ أوجد قياس إحداهما .

....

....

....

7 زاويتان متتامتان النسبة بين قياسيهما 7 : 5 أوجد قياس الزاوية الصغرى .

....

....

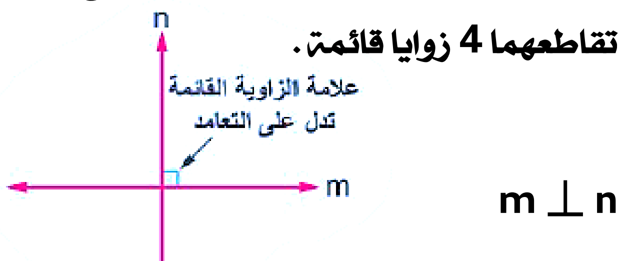
....

الدرس 2 التـــوازى

في هذا الدرس ، سوف تتعرف العلاقات بين الزوايا التي تنتج من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين ، والتي ستمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية .

المستقيمان المتعامدان :

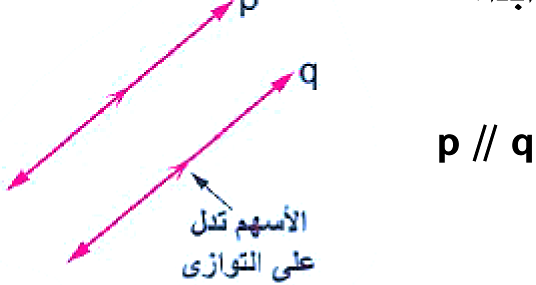
المستقيمان المتعامدان هما مستقيمان ينتج من تقاطعهما 4 زوايا قائمة .



$m \perp n$

المستقيمان المتوازيان :

المستقيمان المتوازيان هما مستقيمان لا يتقاطعان أبدا .



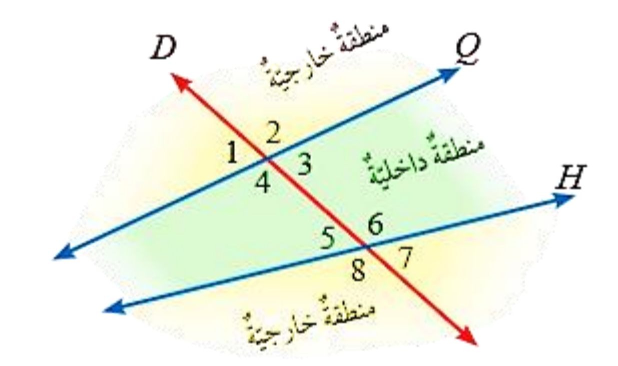
$p \parallel q$

القاطع :

القاطع هو مستقيم يتقاطع مع مستقيمين أو أكثر .

وإذا قطع مستقيم مستقيمين فإنه ينتج من ذلك ثماني زوايا :

- أربع زوايا منها تسمى زوايا داخلية ، وهي التي بين المستقيمين .
- والأربع زوايا الأخرى تسمى زوايا خارجية وهي التي تقع خارج المستقيمين .



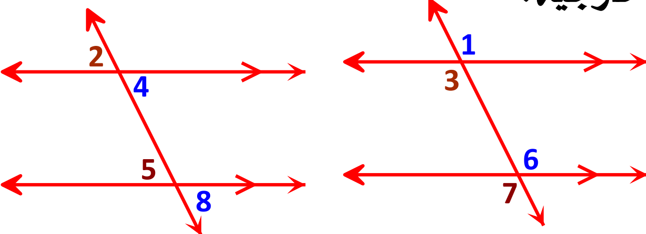
المستقيم D يقطع المستقيمين Q ، H

- $\angle 3$ ، $\angle 4$ ، $\angle 5$ ، $\angle 6$ زوايا داخلية .
- $\angle 1$ ، $\angle 2$ ، $\angle 7$ ، $\angle 8$ زوايا خارجية .

العلاقات بين أزواج الزوايا الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين

❶ الزاويتان المتناظرتان :

هما زاويتان غير متجاورتين تقعان في جهة واحدة من القاطع ، وتكون إحداهما داخلية ، والأخرى خارجية .



- $\angle 1$ ، $\angle 6$ متناظرتان
- $\angle 2$ ، $\angle 5$ متناظرتان
- $\angle 3$ ، $\angle 7$ متناظرتان
- $\angle 4$ ، $\angle 8$ متناظرتان

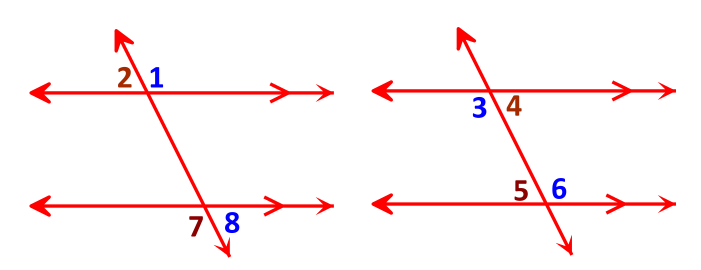
إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متناظرتين متساويتين في القياس .

$m(\angle 1) = m(\angle 6)$ $m(\angle 2) = m(\angle 5)$

$m(\angle 1) = m(\angle 6)$ $m(\angle 4) = m(\angle 8)$

❷ الزاويتان المتبادلتان :

هما زاويتان غير متجاورتين تقعان في المنطقة الداخلية أ، المنطقة الخارجية ، وفي جهتين مختلفتين من القاطع



- $\angle 3$ ، $\angle 6$ متبادلتين داخليا
- $\angle 1$ ، $\angle 7$ متبادلتين خارجيا
- $\angle 4$ ، $\angle 5$ متبادلتين داخليا
- $\angle 2$ ، $\angle 8$ متبادلتين خارجيا

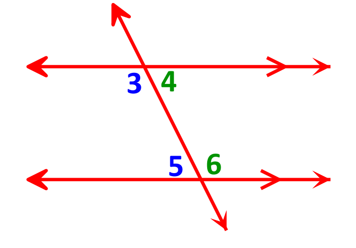
إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متبادلتين متساويتين في القياس .

$m(\angle 3) = m(\angle 6)$ | $m(\angle 1) = m(\angle 7)$

$m(\angle 4) = m(\angle 5)$ | $m(\angle 2) = m(\angle 8)$

❸ الزاويتان الداخلتان وفي جهة واحدة :

هما زاويتان تقعان في المنطقة الداخلية ، وفي جهة واحدة من القاطع .



- $\angle 3$ ، $\angle 5$ داخليتان وفي جهة واحدة من القاطع
- $\angle 4$ ، $\angle 6$ داخليتان وفي جهة واحدة من القاطع

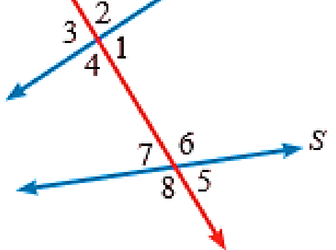
إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين داخليتين وفي جهة واحدة من القاطع متكاملتان.

$m(\angle 3) + m(\angle 5) = 180^\circ$

$m(\angle 4) + m(\angle 6) = 180^\circ$

أمثلة :

❶ من الشكل المقابل : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة



① أي أزواج الزوايا الآتية متناظرة ؟ .....

A $\angle 1$ ، $\angle 7$
B $\angle 2$ ، $\angle 6$
C $\angle 3$ ، $\angle 5$
D $\angle 4$ ، $\angle 7$

② أي أزواج الزوايا متبادلتان داخليا ؟ ....

A $\angle 1$ ، $\angle 6$
B $\angle 3$ ، $\angle 7$
C $\angle 3$ ، $\angle 5$
D $\angle 1$ ، $\angle 7$

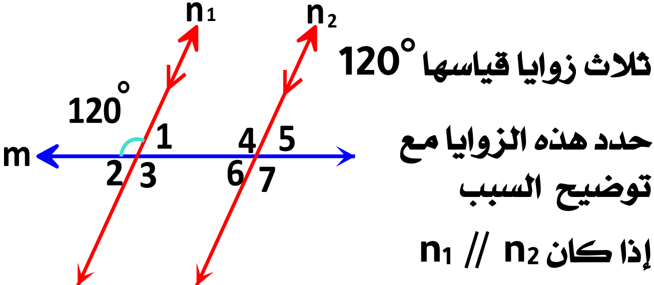
❷ في الشكل المقابل :

ثلاث زوايا قياسها 120°

حدد هذه الزوايا مع توضيح السبب

إذا كان $n_1 // n_2$

والمستقيم m قاطع لهما



$m(\angle 3) = 120^\circ$ (بالتقابل بالرأس)

$m(\angle 4) = 120^\circ$ (بالتناظر)

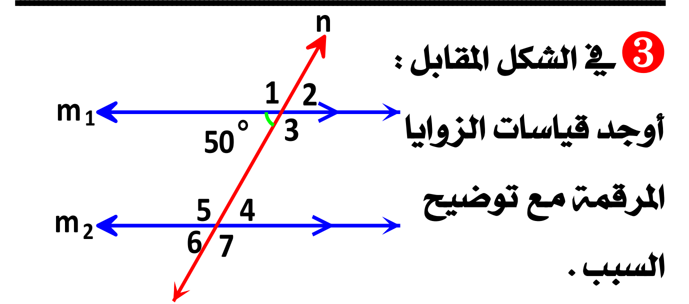
$m(\angle 7) = 120^\circ$ (بالتبادل خارجيا)

أي أن الثلاث زوايا هي : $\angle 3$ ، $\angle 4$ ، $\angle 7$

---

3 في الشكل المقابل :

أوجد قياسات الزوايا المرقمة مع توضيح السبب .

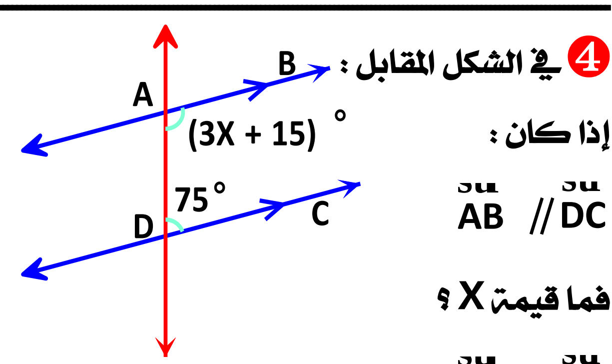


---

4 في الشكل المقابل :

إذا كان : $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

فما قيمة X ؟



$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ ، الزاويتان $\angle BAD$, $\angle ADC$ داخليتان وفي جهة واحدة من القاطع لذلك :

$$m(\angle BAD) + m(\angle ADC) = 180^\circ$$

$$3X + 15^\circ + 75^\circ = 180^\circ$$

$$3X + 90^\circ = 180^\circ$$

$$3X = 180^\circ - 90^\circ$$

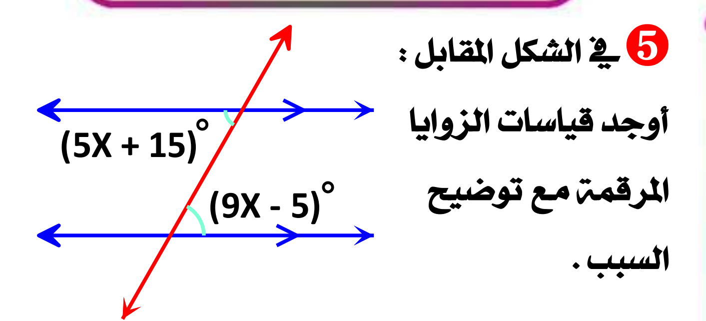
$$3X = 90^\circ$$

$$X = 90^\circ \div 3 = 30^\circ$$

---

5 في الشكل المقابل :

أوجد قياسات الزوايا المرقمة مع توضيح السبب .



---

6 الشكل المقابل :

يمثل حديقة بين طريقين متوازيين

أوجد قيمة X ، y

$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

$\angle ABD$ ، $\angle CDB$ زاويتان متكاملتان لأنهما داخليتان وفي جهة واحدة من القاطع .

$$2X + 90^\circ = 180^\circ$$

$$2X = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$X = 90^\circ \div 2 = 45^\circ$$

$\angle BAE$ ، $\angle ACD$ زاويتان متساويتان في القياس لأنهما متناظرتان .

$$(y + 10)^\circ = 3X$$

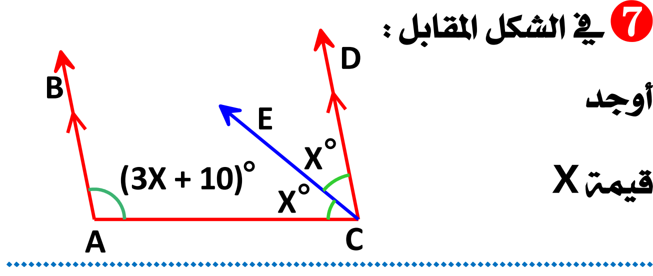
$$y + 10^\circ = 3 \times 45^\circ = 135^\circ$$

$$y = 135^\circ - 10^\circ = 125^\circ$$

7 في الشكل المقابل :

أوجد

قيمة X



....

....

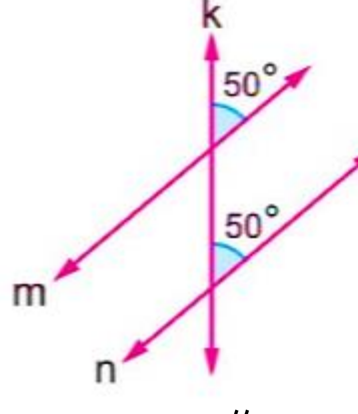
....

....

إثبات توازي مستقيمين :

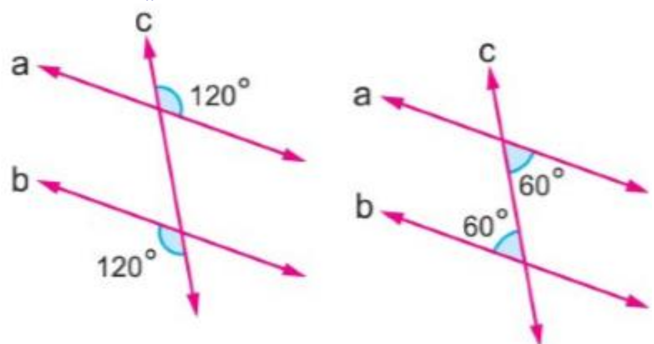
يتوازى المستقيمان إذا قطعهما مستقيم ثالث وحدثت إحدى الحالات التالية :

① زاويتان متبادلتان متساويتان في القياس



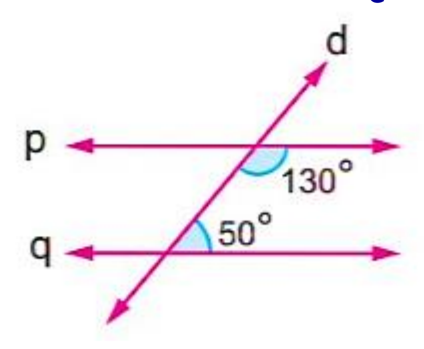
المستقيم m // المستقيم n لوجود زاويتين متناظرتين متساويتين في القياس .

② زاويتان متناظرتان متساويتان في القياس



المستقيم a // المستقيم b لوجود زاويتين متبادلتين متساويتين في القياس .

③ زاويتان داخليتان وفي جهة واحدة من القاطع متكاملتان :

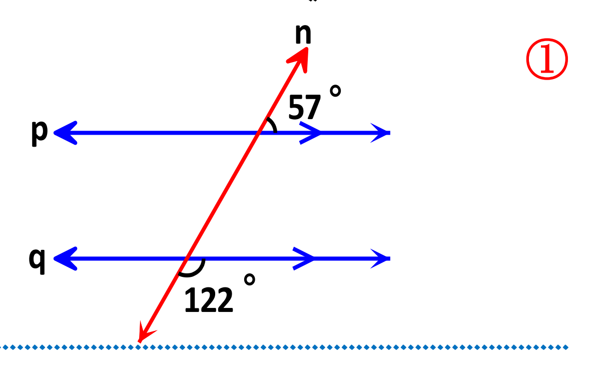


المستقيم p // المستقيم q لوجود زاويتين متبادلتين متكاملتين وفي جهة واحدة من القاطع d .

أمثلة :

1 في كل مما يأتي هل p // q ام لا ؟ ولماذا ؟

①



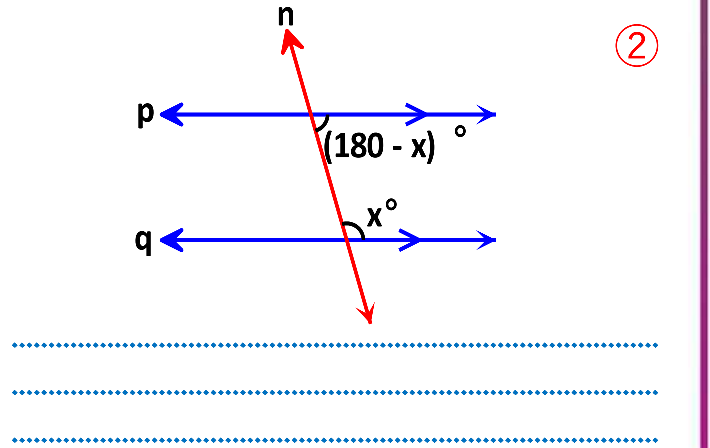
....

....

....

....

②



....

....

....

....

كيف تكتب البرهان في الهندسة ؟

خطوات كتابة البرهان الهندسي :

1. اقرأ المسألة بعناية
2. حدد المعطيات
3. حدد المطلوب
4. فكر في خطة البرهان ، وقد يكون هناك عدة طرق للحل .
5. استخدم خطتك في كتابة البرهان .
6. تحقق من إجابتك .
7. إذا لم تكن إجابتك صحيحة ابدأ من جديد ، ويمكنك اختيار طريقة أخرى .

أمثلة :

1 في الشكل المقابل :

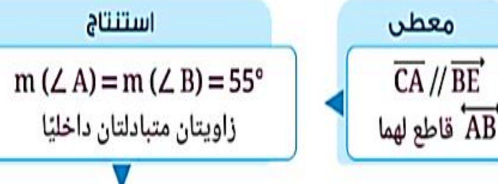
$\overrightarrow{BE} \parallel \overline{CA}$

$m(\angle C) = 125°$

$m(\angle B) = 55°$ ،

أثبت أن : $\overrightarrow{CD} \parallel \overline{AB}$

شكل تخطيطي لكتابة البرهان :



المعطيات : $\overrightarrow{BE} \parallel \overline{CA}$ ، $\overleftrightarrow{AB}$ قاطع لهما .

المطلوب : إثبات أن : $\overrightarrow{CD} \parallel \overline{AB}$

البرهان :

$\because$ $\overrightarrow{BE} \parallel \overline{CA}$ ، $\overleftrightarrow{AB}$ قاطع لهما .

$\therefore m(\angle A) = m(\angle B) = 55°$

زاويتان متبادلتان داخليا .

$\because m(\angle A) + m(\angle B) = 55° + 125°$

$= 180°$

وهما زاويتان داخليتان وفي جهة واحدة من القاطع

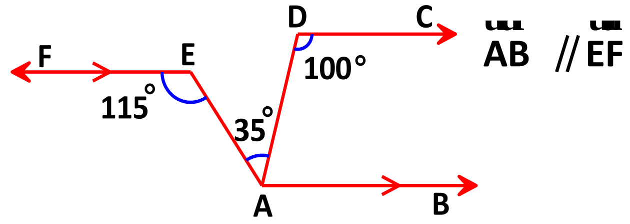
$\therefore \overrightarrow{CD} \parallel \overline{AB}$

ملاحظات :

- يستخدم الترميز ($\because$) اختصارا لكلمة " بما أن " ويوضع عادة قبل معلومة معطاة أو حقيقة أو نظرية .
- يستخدم الرمز ($\therefore$) اختصارا لكلمة " إذن " ويوضع قبل جملة رياضية مستنتجة .

---

2 في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{EF} \parallel \overleftrightarrow{AB}$

$m(\angle D) = 100°$ ، $m(\angle E) = 115°$

$m(\angle DAE) = 35°$ أثبت أن : $\overleftrightarrow{DC} \parallel \overleftrightarrow{AB}$

هل $\overleftrightarrow{EF} \parallel \overleftrightarrow{DC}$ ؟

....

....

....

....

❸ في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{EF} \parallel \overleftrightarrow{AB}$ ، $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{EF}$

$m(\angle A) = 42^\circ$

$m(\angle C) = 117^\circ$ ،

أوجد : $m(\angle AEC)$

المعطيات : $\overleftrightarrow{EF} \parallel \overleftrightarrow{AB}$ ، $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{EF}$

المطلوب : أوجد : $m(\angle AEC)$

البرهان :

$\because$ $\overleftrightarrow{EF} \parallel \overleftrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AE}$ قاطع لهما .

$\therefore m(\angle A) = m(\angle AEF) = 42^\circ$

زاويتان متبادلتان داخليا .

$\because m(\angle C) + m(\angle CEF) = 180^\circ - 117^\circ$

$= 63^\circ$

وهما زاويتان داخليتان وفي جهة واحدة من القاطع

$\therefore m(\angle AEC) = m(\angle AEF) + (\angle CEF)$

$= 42^\circ + 63^\circ = 105^\circ$

---

❹ في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{AB}$ ، $\overleftrightarrow{EF} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

$m(\angle A) = 42^\circ$

$m(\angle E) = 130^\circ$ ،

أوجد : $m(\angle ACE)$

....

....

....

....

....

---

❺ في الشكل المقابل :

$F \in \overrightarrow{BA}$

$m(\angle B) = 70^\circ$

$m(\angle CAD) = 40^\circ$ ،

أثبت أن : $\overleftrightarrow{BC} \parallel \overleftrightarrow{AD}$ ؟

$\because$ $\angle BAF$ زاوية مستقيمة

$\therefore m(\angle BAF) = 180^\circ$

$\therefore 2X + 40^\circ = 180^\circ$

$\therefore 2X = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$

$\therefore X = 140^\circ \div 2 = 70^\circ$

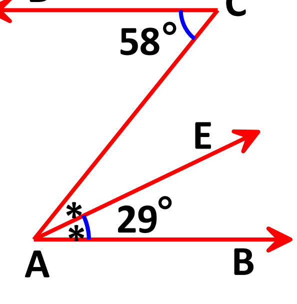
$\therefore m(\angle FAD) = 70^\circ$

$\therefore m(\angle FAD) = m(\angle B)$

وهما زاويتان في وضع تناظر $\therefore$ $\overleftrightarrow{BC} \parallel \overleftrightarrow{AD}$

---

❻ في الشكل المقابل :



أثبت أن :

$\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{AB}$

....

....

....

....

....

....

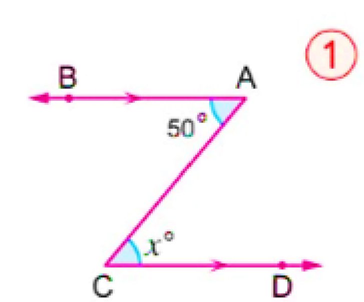
....

....

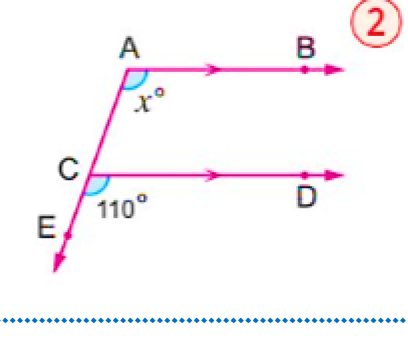
تمارين ومسائل

❶ أوجد قيمة X في كل من الأشكال الآتية :

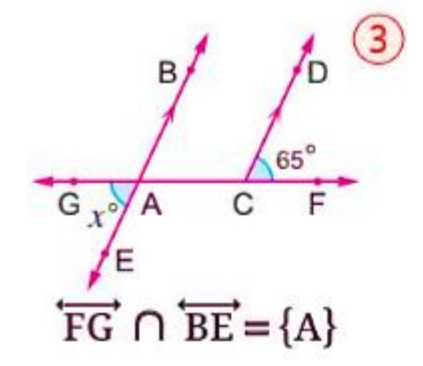
①



②



③



$\overleftrightarrow{FG} \cap \overleftrightarrow{BE} = \{A\}$

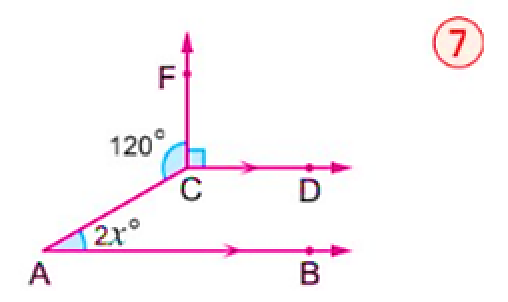
④

⑤

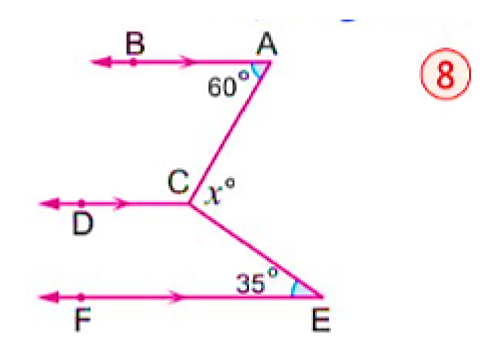
⑥

❷ أوجد بالبرهان قيمة X في كل من الأشكال الآتية :

⑦



⑧



⑨

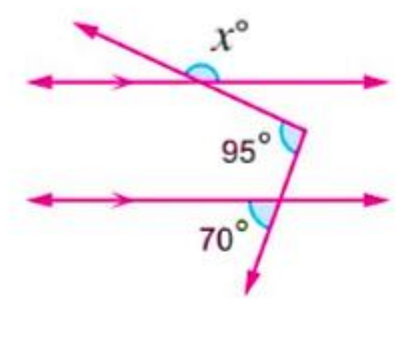
(3x+40)°

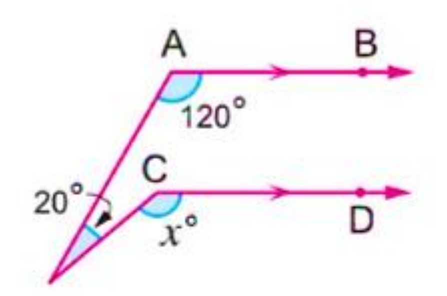
(2x+70)°

b

a

❸ أوجد قيمة X في كل من الشكلين الآتيين :





❹ في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overline{DC}$

$m(\angle FBC) = 53°$

$m(\angle D) = 127°$ ،

هل: $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$

D 127° C

A 53° B F

❺ في الشكل المقابل :

$\overline{AC} \parallel \overleftrightarrow{DF}$

$m(\angle A) = 110°$

$m(\angle D) = 70°$ ،

أوجد: $m(\angle C)$ ، هل: $\overline{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

F D 70° B 110° C A

6 في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

$m(\angle FAB) = 90°$

$m(\angle FAC) = 140°$ ،

أوجد : $m(\angle C)$

F

140 °

A

B

C

D

....

....

....

....

....

7 في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{FE}$ ،

$m(\angle A) = 60°$

$m(\angle F) = 30°$ ، أوجد : $m(\angle ACF)$

B

A

60°

C

D

30°

F

E

....

....

....

....

....

8 في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{EF}$ ،

$m(\angle ABC) = 60°$

أوجد : $m(\angle CEF)$

A

E

C

60°

B

D

F

....

....

....

....

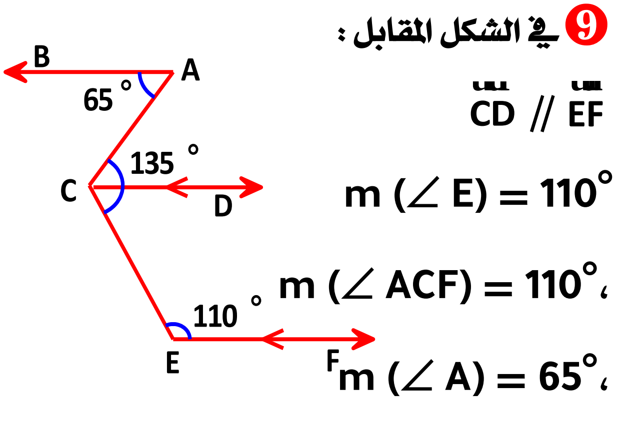
....

....

....

....

9 في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{EF}$

$m(\angle E) = 110°$

$m(\angle ACF) = 110°$ ،

$m(\angle A) = 65°$ ،

أوجد مع ذكر السبب : $m(\angle ACE)$ ،

$m(\angle ACD)$. هل $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{AB}$ ؟ ولماذا ؟

....

....

....

....

....

10 في الشكل المقابل :

إذا كان :

$\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{BA}$

$\overleftrightarrow{DF} \parallel \overleftrightarrow{CB}$ ،

أوجد قيمة : X

C

D

X°

F

3X°

A

B

....

....

....

....

....

....

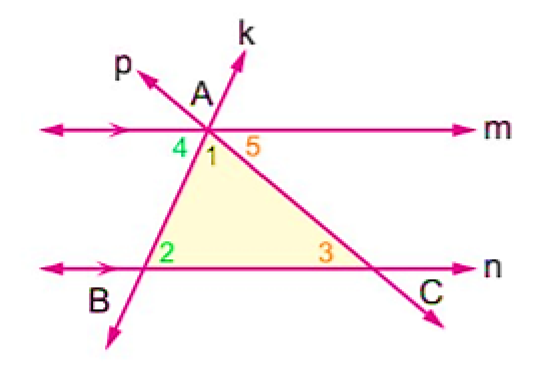
....

الدرس ③ المثلث

مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث

يشكل كل ضلعين في مثلث زاوية داخلية .

المستقيمان m ، n متوازيان والمستقيم K يقطعهما في A ، B والمستقيم P يقطعهما في A ، C



$\angle 4$ ، $\angle 1$ ، $\angle 5$ يكونون زاوية مستقيمة

$\therefore m(\angle 4) + m(\angle 1) + m(\angle 5) = 180^\circ$

$\because m(\angle 4) = m(\angle 2)$ زاويتان متبادلتان

$\because m(\angle 5) = m(\angle 3)$ زاويتان متبادلتان

$\therefore m(\angle 2) + m(\angle 1) + m(\angle 3) = 180^\circ$

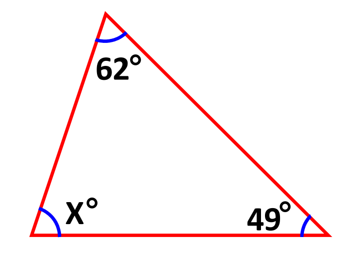
قاعدة :

مجموع قياسات الزوايا الداخلة لأي مثلث يساوي 180°

أمثلة :

❶ أوجد قيمة المتغير في كل مما يأتي :

①

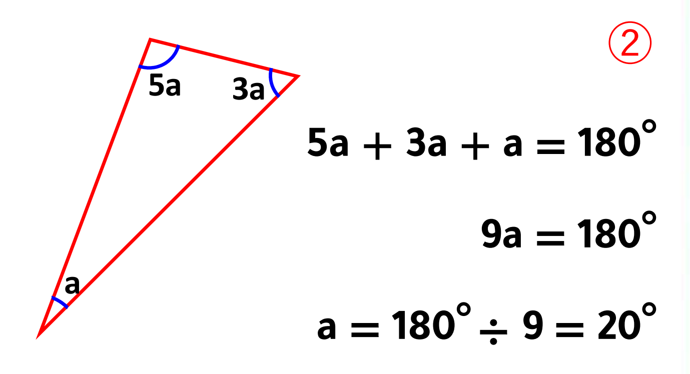


$62^\circ + 49^\circ + X = 180^\circ$

$X = 180^\circ - 111^\circ$

$X = 69^\circ$

②



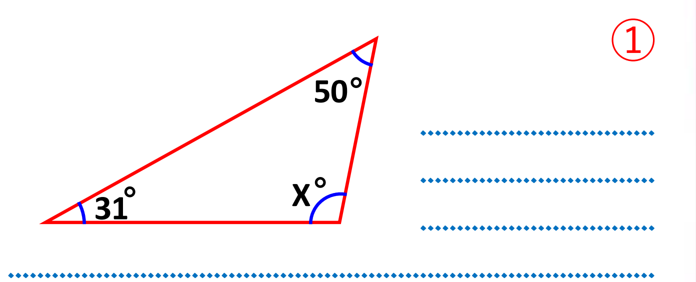
$5a + 3a + a = 180^\circ$

$9a = 180^\circ$

$a = 180^\circ \div 9 = 20^\circ$

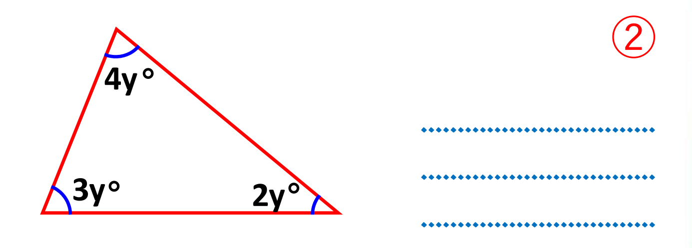
❷ أوجد قيمة المتغير في كل مما يأتي :

①



....
....
....
....

②



....
....
....
....

الزاوية الخارجة للمثلث :

الزاوية الخارجة للمثلث هي الزاوية التي تتشكل من أحد أضلاع المثلث وامتداد الضلع المجاور له

في الشكل المقابل :

$\angle 4$ خارجة للمثلث .

$m(\angle 4) = m(\angle 1) + m(\angle 2)$

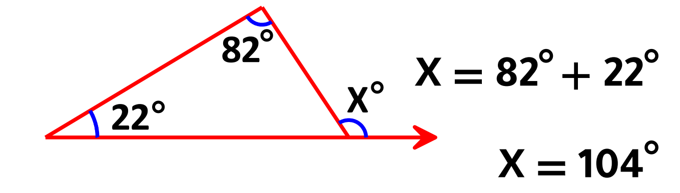
قاعدة :

قياس الزاوية الخارجة لأي مثلث يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخلتين عدا المجاورة لها .

أمثلة :

❶ أوجد قيمة المتغير في كل مما يأتي :

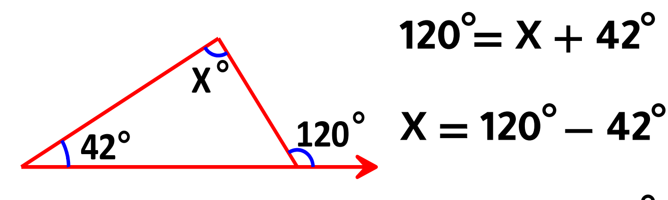
①



$X = 82^\circ + 22^\circ$

$X = 104^\circ$

②

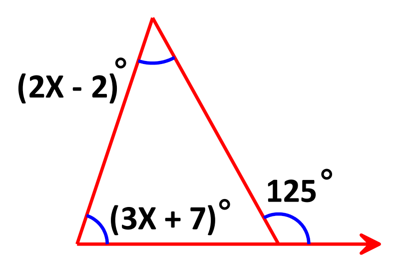


$120^\circ = X + 42^\circ$

$X = 120^\circ - 42^\circ$

$X = 78^\circ$

③



$2X - 2^\circ + 3X + 7^\circ = 125^\circ$

$5X + 5^\circ + 125^\circ$

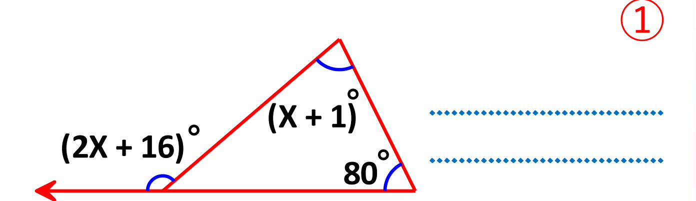
$5X = 120^\circ$

$X = 24^\circ$

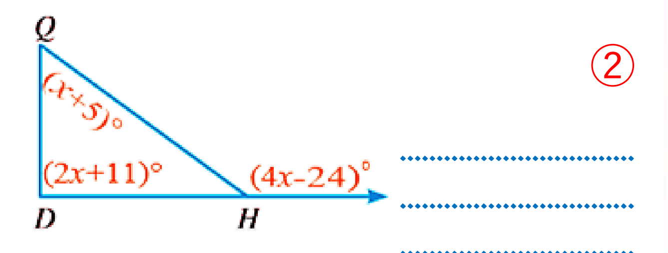
---

❷ أوجد قيمة المتغير في كل مما يأتي :

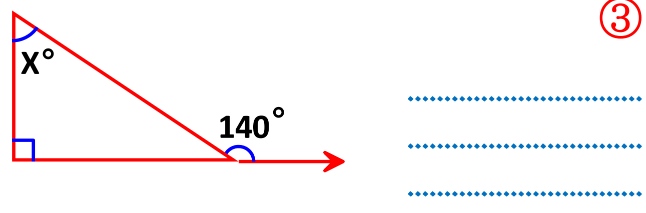
①



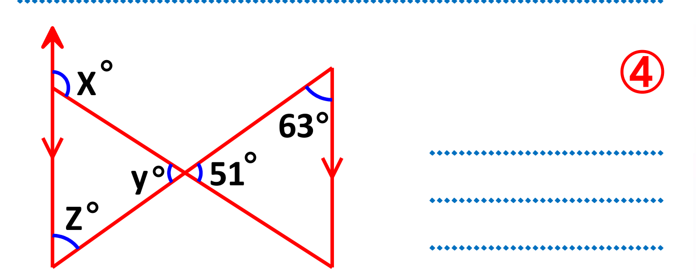
②



③

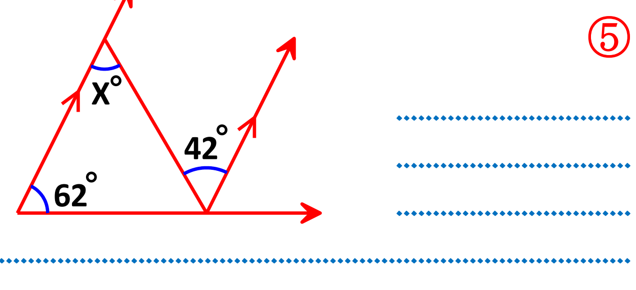


④





⑤

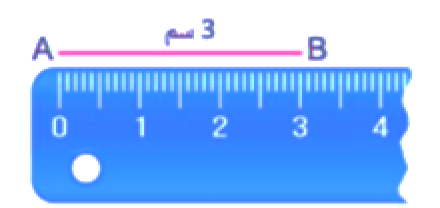


متباينة المثلث :

رسم مثلث بمعلومية أطوال أضلاعه :

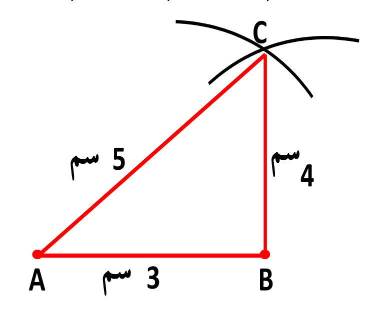
ارسم مثلثا أطوال أضلاعه 3سم ، 4سم ، 5سم باستخدام المسطرة والفرجار .

① استخدم المسطرة وارسم قطعة مستقيمة $\overline{AB}$ طولها 3 سم



② افتح الفرجار فتحه طولها 4 سم . اركز في نقطة B وارسم قوسا ، ثم افتح الفرجار فتحه طولها 5سم . واركز في نقطة A وارسم قوسا يقطع القوس الأول في C

③ ارسم $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ لتحصل على المثلث ABC الذي أطوال أضلاعه 3 سم ، 4 سم ، 5 سم



ارسم مثلثا أطوال أضلاعه 7سم ، 5سم ، 5سم باستخدام المسطرة والفرجار .

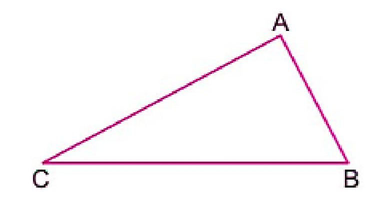
متباينة المثلث :

مجموع طولي أي ضلعين في مثلث أكبر من طول الضلع الثالث .

$AB + BC > AC$

$AB + AC > BC$

$AC + BC > AB$



أمثلة :

❶ **هل يمكن رسم مثلث أطوال أضلاعه :**

① 10 سم ، 6 سم ، 5 سم

نقارن بين مجموع أصغر طولين وطول الضلع الثالث .

$5 + 6 = 11$

$11 > 10$ يمكن رسم المثلث .

② 8 سم ، 4 سم ، 4 سم

نقارن بين مجموع أصغر طولين وطول الضلع الثالث .

$4 + 4 = 11$

$8 = 8$ لا يمكن رسم المثلث .

③ 12 سم ، 3 سم ، 6 سم

نقارن بين مجموع أصغر طولين وطول الضلع الثالث .

$6 + 3 = 9$

$9 < 12$ لا يمكن رسم المثلث .

---

❷ أي من الأطوال التالية تصلح أن تكون أطوالا لأضلاع مثلث ؟ ولماذا ؟

① 9 سم ، 5 سم ، 4 سم

....

....

....

② 7سم ، 6 سم ، 5 سم

....

....

....

③ 10 م ، 5 م ، 2 م

....

....

....

ملاحظة :

طول أي ضلع في مثلث أكبر من الفرق بين طولي الضلعين الآخرين وأقل من مجموعهما .

أمثلة :

❸ إذا كان طولا ضلعين في مثلث هما 5 سم ، 2سم ما هو أكبر عدد صحيح يمكن أن يمثل طول الضلع الثالث ؟

طول الضلع الثالث أكبر من الفرق بين 5سم ، 2سم ، وأقل من مجموع 5سم ، 2سم

أي أن طول الضلع الثالث أكبر من 3سم وأقل من 7سم

وحيث إن طول الضلع المطلوب عدد صحيح ، فإن طول الضلع الثالث يمكن أن يكون :

4 سم أو 5 سم أو 6 سم

وبالتالي أكبر عدد صحيح يمكن أن يمثل طول الضلع الثالث هو 6

---

❹ مثلث ABC فيه طول $\overline{AB}$ هو 5 سم وطول $\overline{BC}$ هو 7 سم . ما أصغر قيمة صحيحة يمكن أن يأخذها طول $\overline{AC}$ ؟

....

....

....

....

....

....

---

❺ إذا كانت 10 , 6 طولي ضلعين في مثلث متساوي الساقين فأوجد طول الضلع الثالث .

∵ Δ متساوي الساقين فإن طول الضلع الثالث يساوي أحد الضلعين الأخرين وفي هذه الحالة قد يكون الضلع الثالث مساويا أصغر الضلعين الأخرين أي 6 = وتكون الأضلاع هي 6 , 10 , 6

وقد يساوي أكبر الضلعين أي 10 = وتكون الأضلاع هي 6 , 10 , 10

---

❻ إذا كانت أطوال أضلاع مثلث متساوي الساقين 4 سم ، 9 سم ، $X + 2$ سم اوجد قيمة X

....

....

....

---

❼ في المثلث ABC يكون :

$AB + BC - AC =$ ....

تمارين ومسائل

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① إذا كان مجموع قياسي زاويتين في مثلث يساوي $130°$ ، فما قياس الزاوية الثالثة ؟ ....

A $20°$ B $30°$ C $50°$ D $60°$

② إذا كان قياسا زاويتين في مثلث هما $30°$ ، $70°$ فأي مما يلي لا يمكن أن يكون قياسا لزاوية من الزوايا الخارجة عن هذا المثلث ؟ ....

A $150°$ B $130°$ C $110°$ D $100°$

③ أي الأعداد الآتية لا تصلح أن تكون أطوالا لأضلاع مثلث ؟ ....

A 4 سم ، 7سم ، 7سم B 3سم ، 4سم ، 7سم

C 7 سم ، 7سم ، 7سم D 9سم ، 7سم ، 5سم

④ مثلث متساوي الساقين طولا ضلعين فيه 3سم ، 7سم ، فما طول الضلع الثالث ؟ ....

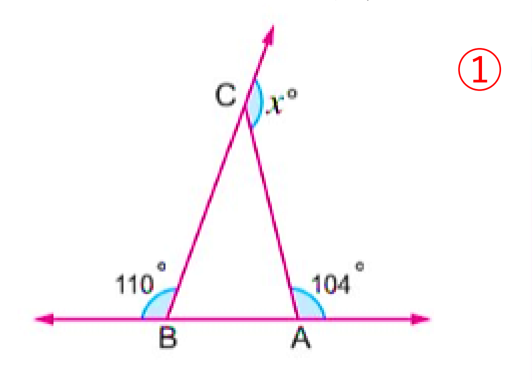
A 3 سم B 4سم C 5 سم D 7سم

⑤ إذا كان ABC مثلثا مختلف الأضلاع فيه طول $\overline{AC}$ هو 3 سم ، وطول $\overline{BC}$ هو 5سم ، فكم عدد صحيح يمكن أن يكون طول $\overline{AB}$ ؟ ....

A 2 B 3 C 4 D 5

2 أوجد بالبرهان قيمة X في كل مما يأتي :

①



....

....

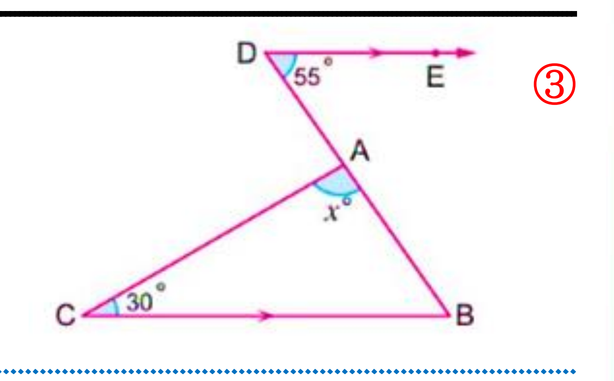
②

$\overline{BD} \cap \overline{CE} = \{A\}$

....

....

③



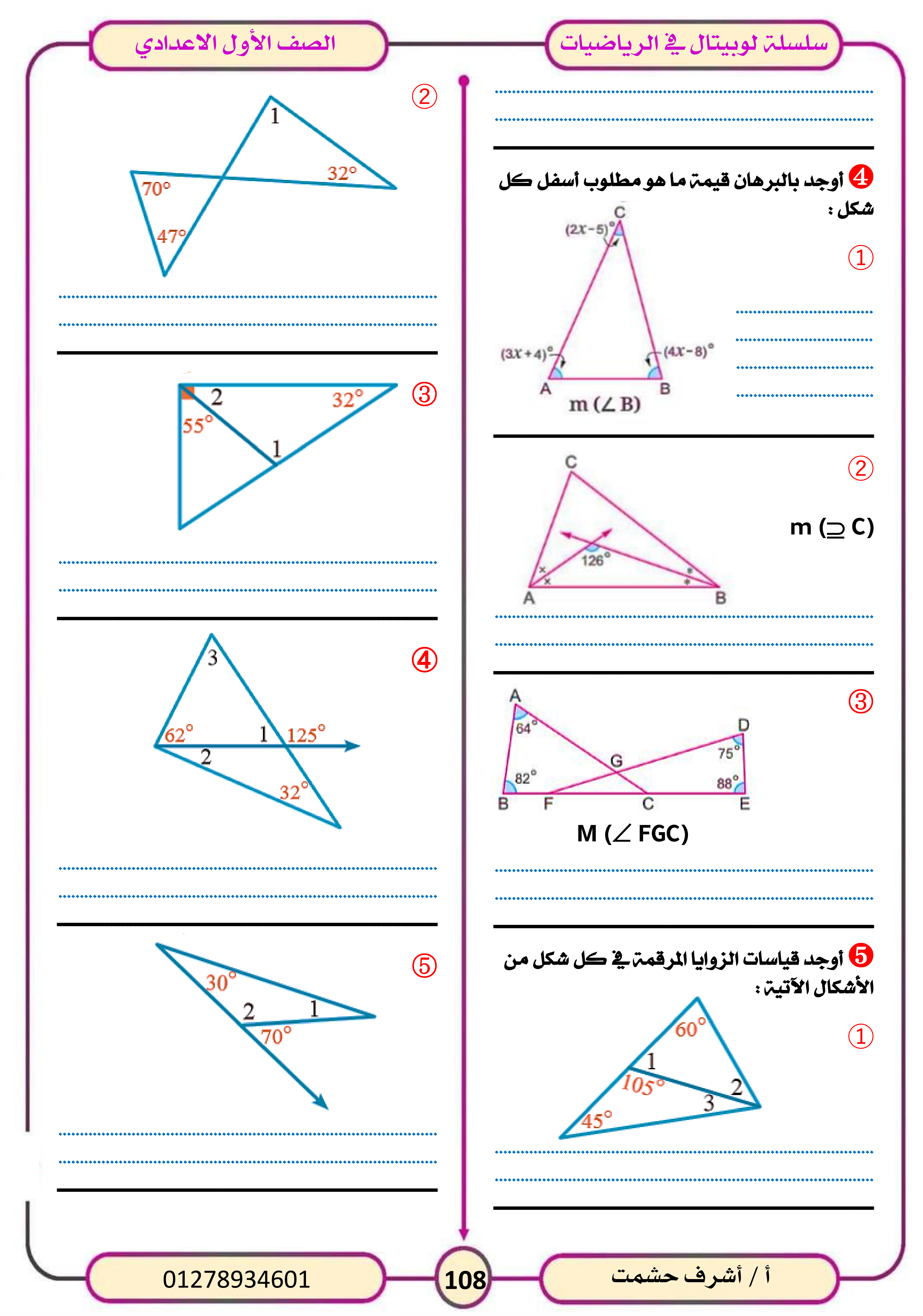
....

....

3 أمامك سلك طوله 48سم ، ثني طرفا هذا السلك من عند نقطتين عليه ليشكل مثلثا . أي من الأطوال الآتية يتم ثنيه ليشكل مع الجزء المتبقي مثلثا ؟

A 12 سم ، 16 سم B 12سم ، 12 سم





❹ أوجد بالبرهان قيمة ما هو مطلوب أسفل كل شكل :

①

$(2x-5)^\circ$ C, $(3x+4)^\circ$ A, $(4x-8)^\circ$ B

$m(\angle B)$

②

C, A, B, 126°

m (⊇ C)

③

A, B, F, C, E, D, G, 64°, 82°, 75°, 88°

$M(\angle FGC)$

❺ أوجد قياسات الزوايا المرقمة في كل شكل من الأشكال الآتية :

①

60°, 1, 105°, 2, 3, 45°

②

1, 32°, 70°, 47°

③

2, 32°, 55°, 1

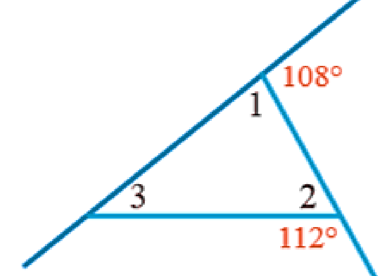
④

3, 62°, 1, 125°, 2, 32°

⑤

30°, 2, 1, 70°

⑥

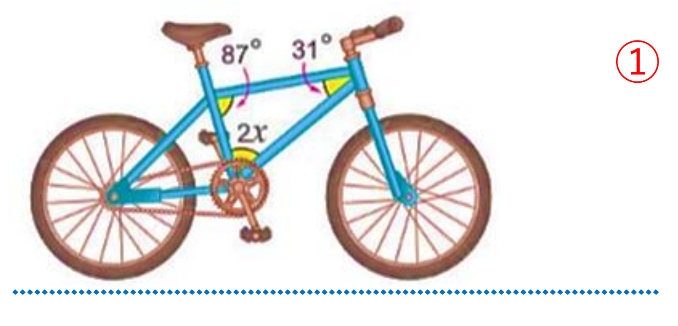


....

....

6 أوجد قيمة X في كل مما يأتي :

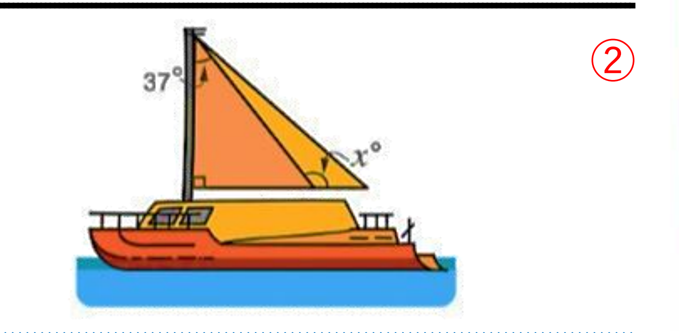
①



....

....

②



....

....

7 عند فتح حاجز السيارات عند مدخل موقف السيارات أقل من $90°$ ، تقاس المسافة بين الموضع الأول والموضع الأخير لنقطة نهايته بـ 4 أمتار .
ما أصغر عدد صحيح يعبر عن طول الحاجز ؟

الموضع الأخير
4 أمتار
الموضع الأول

....

....

الدرس الأول 4

الأشكال الرباعية

في هذا الدرس ، سوف نتعرف على الشكل الرباعي ، وبعض الأشكال الرباعية الخاصة وخواصها ، والتي ستمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية :

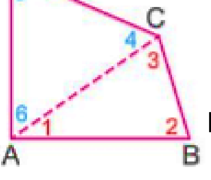
مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعي :

قاعدة :

مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعي يساوي $360°$

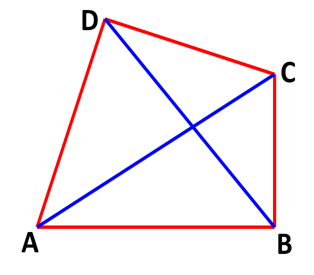


في الشكل المقابل :



$$m(\angle 1) + m(\angle 2) + m(\angle C) + m(\angle D) = 360°$$

ملاحظة :



قطر الشكل الرباعي هو القطعة المستقيمة الواصلة بين رأسين غير متتاليين .

وعلى فإن الشكل الرباعي ABCD له قطران هما $\overline{AC}$, $\overline{BD}$

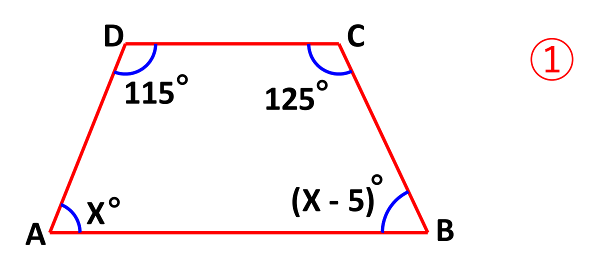
معلومة :

الشكل الرباعي يمكن تقسيمه إلى مثلثين قياس كل منهما $180°$.

أمثلة :

❶ أوجد قيمة X في كل شكل من الشكلين الآتيين :

①



$$X + X - 5^\circ + 115^\circ + 125^\circ = 360^\circ$$

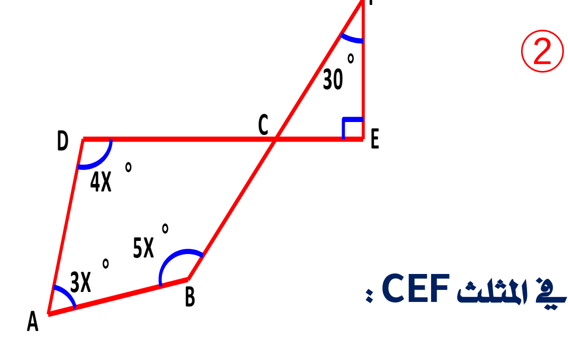
$$2X + 235^\circ = 360^\circ$$

$$2X = 360^\circ - 235^\circ$$

$$2X = 125^\circ$$

$$X = 125^\circ \div 2 = 62.5^\circ$$

②



في المثلث CEF :

$$m(\angle ECF) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$m(\angle BCD) = m(\angle ECF) = 60^\circ$$

(بالتقابل بالرأس)

في الشكل الرباعي ABCD :

$$4X + 3X + 5X + 60^\circ = 360^\circ$$

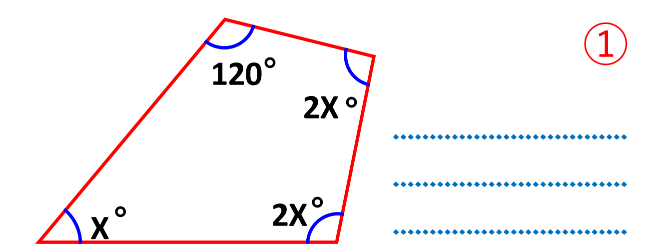
$$12X = 360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$$

$$X = 300^\circ \div 12 = 25^\circ$$

---

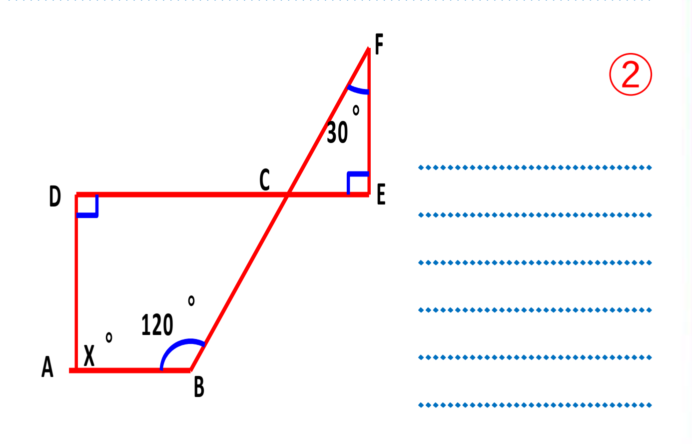
❷ أوجد قيمة X في كل شكل من الشكلين الآتيين :

①



....
....
....
....

②

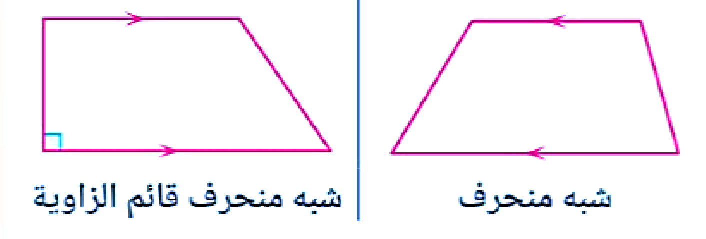


....
....
....
....
....
....
....

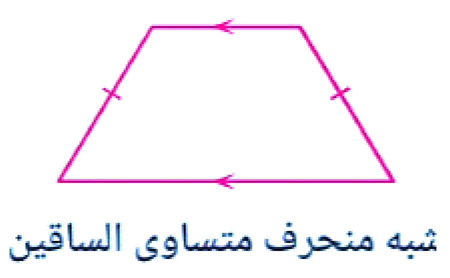
الأشكال الرباعية الخاصة :

❶ شبه المنحرف :

شبه المنحرف هو شكل رباعي فيه ضلعان فقط متوازيان .



شبه منحرف   شبه منحرف قائم الزاوية



شبه منحرف متساوى الساقين

أمثلة :

1 في الشكل المقابل :

ABCD شبه منحرف

أوجد بالبرهان :

$m(\angle D)$

$\because \overline{DC} \parallel \overline{AB}$ ، $\overline{BC}$ قاطع لهما.

$\therefore m(\angle B) + m(\angle C) = 180^\circ$

(زاويتان داخليتان وفي جهة واحدة من القاطع)

$\therefore 4X + 112^\circ = 180^\circ$

$\therefore 4X = 68^\circ$

$\therefore X = 17^\circ$

$\therefore m(\angle A) = 3X = 3 \times 17^\circ = 51^\circ$

$\therefore m(\angle D) = 360^\circ - (112^\circ + 68^\circ + 51^\circ) = 129^\circ$

---

2 في الشكل المقابل :

ABCD شبه منحرف

$m(\angle A) =$

$m(\angle B)$

أوجد بالبرهان : $m(\angle D)$

....

....

....

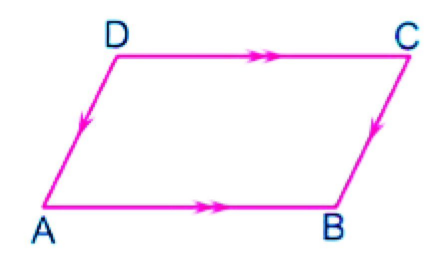
....

....

---

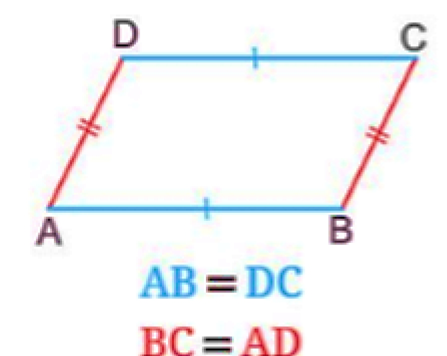
2 متوازي الأضلاع :

متوازي الأضلاع هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان

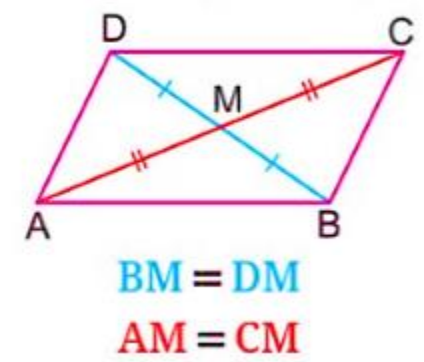


خواص متوازي الأضلاع :

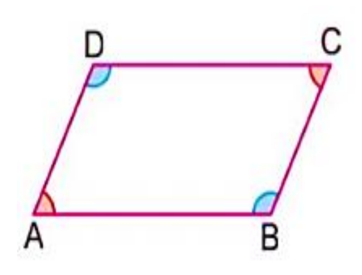
① كل ضلعين متقابلين متساويان في الطول .



② القطران ينصف كل منهما الآخر .



③ كل زاويتين متقابلتين متساويتان في القياس .



$m(\angle A) = m(\angle C)$

$m(\angle B) = m(\angle D)$

④ كل زاويتين متتاليتين متكاملتان.

$m(\angle A) + m(\angle B) = 180^\circ$

$m(\angle B) + m(\angle C) = 180^\circ$

$m(\angle C) + m(\angle D) = 180^\circ$

$m(\angle D) + m(\angle A) = 180^\circ$

متى يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع ؟

إذا تحققت إحدى الحالات التالية :

① ....

② ....

③ ....

④ ....

أمثلة :

❶ في الشكل المقابل :

أثبت أن ABCD متوازي أضلاع.

$\because \overline{DC} // \overline{AB}$ ، $\overline{BC}$ قاطع لهما.

$\therefore m(\angle B) + m(\angle C) = 180^\circ$

(زاويتان داخليتان وفي جهة واحدة من القاطع)

$\therefore 4X + 10^\circ + 3X - 40^\circ = 180^\circ$

$\therefore 7X - 30^\circ = 180^\circ$

$\therefore 7X = 180^\circ + 30^\circ = 210^\circ$

$\therefore 7X = 210^\circ \div 7 = 68^\circ$

$\therefore m(\angle B) = 4 \times 30^\circ + 10^\circ = 130^\circ$

$\therefore m(\angle D) + m(\angle B) = 50^\circ + 130^\circ$

$= 180^\circ$ وهما زاويتان داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع.

$\therefore \overline{AB} // \overline{DC}$

$\therefore$ الشكل ABCD متوازي أضلاع.

---

❷ في الشكل المقابل :

ABCD متوازي أضلاع. أوجد طول كل من :

① $\overline{MB}$ ② $\overline{BD}$

③ $\overline{MA}$ ④ $\overline{MC}$

....

....

....

....

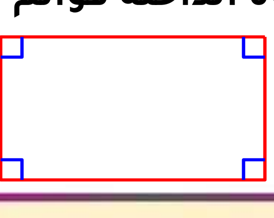
---

❸ **المستطيل :**

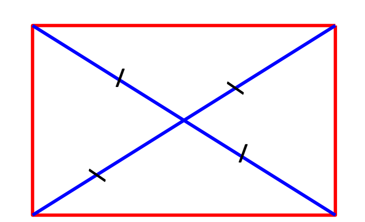
هو متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة.

● المستطيل له جميع خواص متوازي الأضلاع **بالإضافة إلى :**

① جميع زواياه الداخلة قوائم



② قطراه متساويان في الطول .



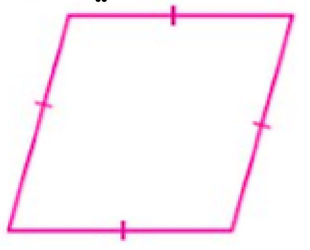
④ المعين :

هو متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان في الطول .

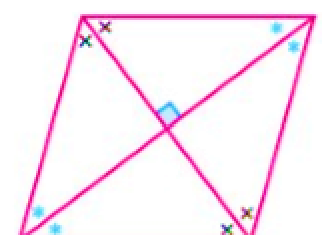


● المعين له جميع خواص متوازي الأضلاع **بالإضافة إلى :**

① جميع أضلاعه متساوية في الطول

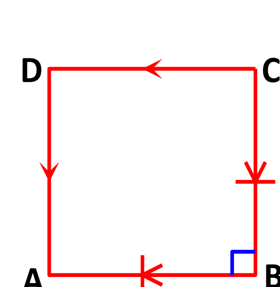


② القطران متعامدان وينصفان زواياه الداخلة .



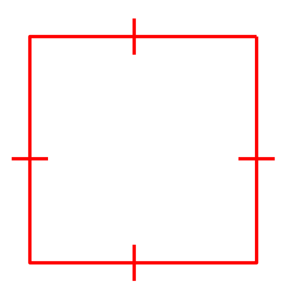
⑤ المربع :

هو متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة وفيه ضلعان متجاوران متساويان في الطول .

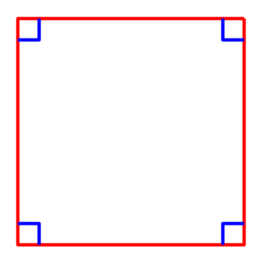


● المربع له جميع خواص متوازي الأضلاع **بالإضافة إلى :**

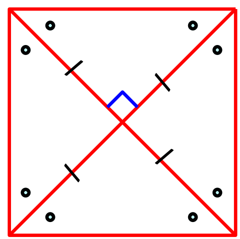
① جميع أضلاعه متساوية في الطول



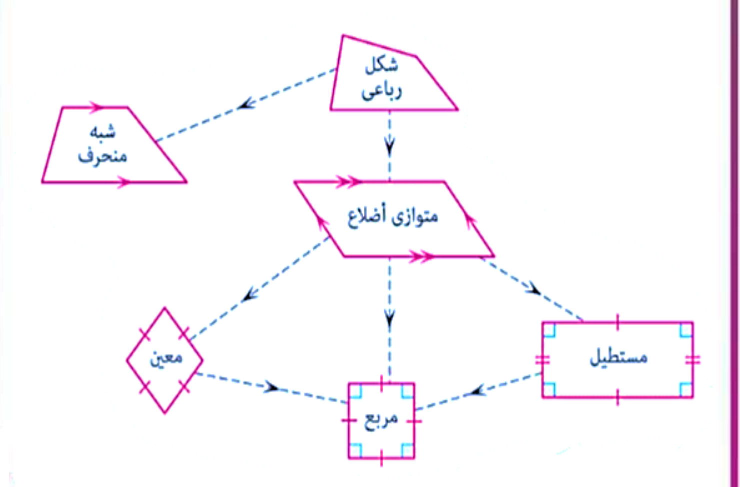
② جميع زواياه الداخلة قوائم



③ قطراه متساويان في الطول ومتعامدان وينصفان زواياه الداخلة .



عائلة الأشكال الرباعية :



1 أكمل ما يأتي :

- القطران متساويان في الطول في .... ، ....
- القطران متعامدان في .... ، ....
- القطران متساويان في الطول ومتعامدان في ....
- الأضلاع الأربعة متساوية في الطول في .... ، ....
- الزاويتان المتتاليتان متكاملتان في .... ، .... ، .... ، ....
- الشكل الرباعي الذي فيه ضلعان متوازيان فقط هو ....
- الزاويتان المتقابلتان متساويتان في القياس في ....
- المربع هو .... إحدى زواياه قائمة.
- متوازي الأضلاع الذي قطراه .... يسمى مستطيلا.
- إذا كان ABCD معين فإن : .... ⊥ ....
- المعين الذي محيطه 44سم يكون طول ضلعه ....
- القطران في المربع يصنع كل منهما زاوية قياسها .... مع الضلع المجاور.
- في متوازي الأضلاع ABCD إذا كان $m(\angle A) = 2m(\angle B)$ فإن $m(\angle B) =$ ....

2 ما الخواص المشتركة بين كل من :

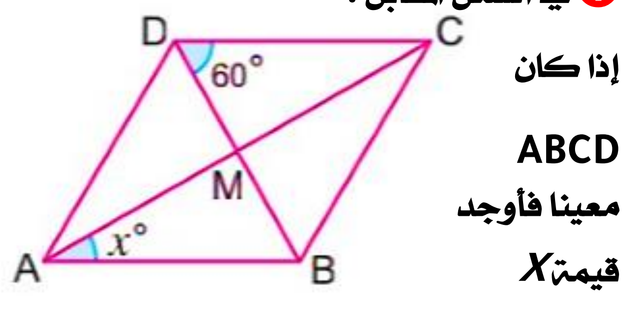
① المستطيل والمربع ② المعين والمربع

....
....

أمثلة :

1 في الشكل المقابل :

إذا كان ABCD معينا فأوجد قيمة X



∵ الشكل ABCD معين.

∴ قطراه متعامدان.

$\therefore m(\angle DMC) = 90^\circ$

ومن المثلث DMC

$\therefore m(\angle DMC) = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$

∵ $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ و $\overrightarrow{AC}$ قاطع لهما.

$\therefore m(\angle CAB) = m(\angle DCA)$

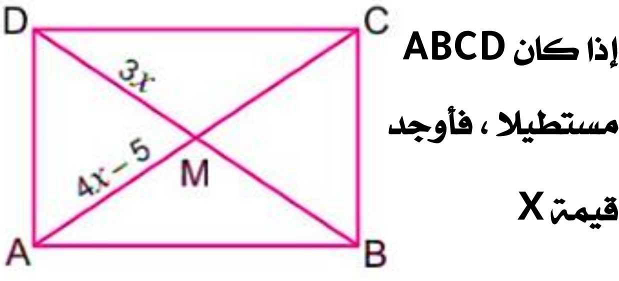
(زاويتان متبادلتان داخليا)

$\therefore X = 30^\circ$

---

2 في الشكل المقابل :

إذا كان ABCD مستطيلا ، فأوجد قيمة X



∵ الشكل ABCD مستطيل.

∴ قطراه متساويان في الطول وينصف كل منهما الآخر.

$\therefore AM = MD$

$\therefore 4X - 5 = 3X$

$\therefore 4X - 3X = 5$

$\therefore X = 5$

❸ في الشكل المقابل :

ABCD مربع

، F □ $\overrightarrow{BC}$

، $\overline{DF}$ // $\overline{AC}$

① أثبت أن : ACFD متوازي أضلاع .

② أوجد : $m(\angle ACF)$

....

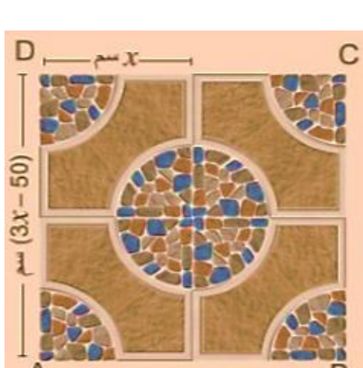
....

....

....

---

❹ يمثل الشكل المقابل :





تصميما لأربع بلاطات مربعة من السيراميك .

فإذا كان طول ضلع البلاطة الواحدة X سم ،

وطول $\overline{AD}$ يساوي (3X − 50) سم

فأوجد قيمة X .

....

....

....

....

....

....

متوازي الأضلاع يكون مستطيلا إذا كان :

- إحدى زواياه قائمة أ و
- قطراه متساويين في الطول

متوازي الأضلاع يكون معينا إذا كان

- ضلعان متجاوران فيه متساويين في الطول . أو
- القطران متعامدين .

متوازي الأضلاع يكون مربعا إذا كان :

- إحدى زواياه قائمة وضلعان متجاوران فيه متساويين في الطول . أ و
- إحدى زواياه قائمة وقطراه متعامدين أ و
- قطراه متساويين في الطول ومتعامدين أ و
- ضلعان متجاوران فيه متساويين في الطول وقطراه متساويان في الطول .

---

❺ في الشكل المقابل :

أوجد قيمة X التي تجعل متوازي الأضلاع ABCD مستطيلا .

لكي يكون متوازي الأضلاع ABCD يجب أن يكون

$$AC = BD$$

$$2(2X - 1) = 2 \times 5$$

$$2X - 1 = 5$$

$$2X = 5 + 1 = 6$$

$$X = 6 \div 2 = 3$$

---

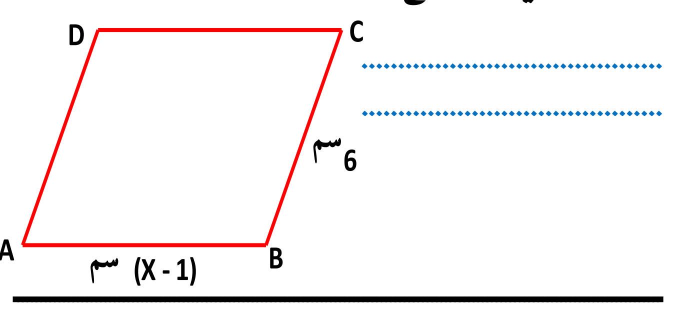
❻ أوجد قيمة X التي تجعل :

① الشكل ABCD مربعا .

....

....

② متوازي الأضلاع ABCD معينا



....

....

تمارين ومسائل

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① في الشكل المقابل :

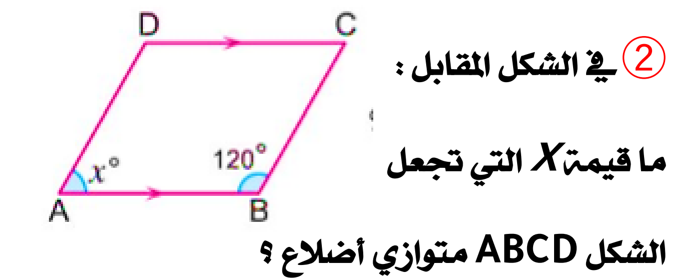


ما قيمة X ؟



A $70°$ B $80°$ C $90°$ D $120°$

② في الشكل المقابل :



ما قيمة X التي تجعل الشكل ABCD متوازي أضلاع ؟

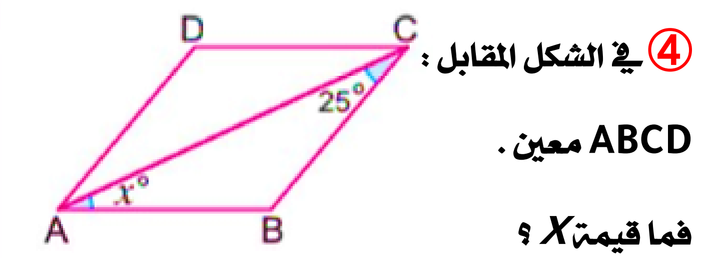
A $109°$ B $120°$ C $80°$ D $60°$

③ أي من المجموعات التالية عناصرها أشكال رباعية جميع أضلاعها متساوية في الطول ؟ ......

A { المربع ، المستطيل } B { شبه المنحرف ، المعين }

C { المربع ، المعين } D { المستطيل ، المعين }

④ في الشكل المقابل :



ABCD معين .

فما قيمة X ؟

A $25°$ B $50°$ C $100°$ D $130°$

⑤ إذا كان ABCD متوازي أضلاع فيه :

$AC = BD$ ، $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ فإن طول الشكل ABCD يكون ....

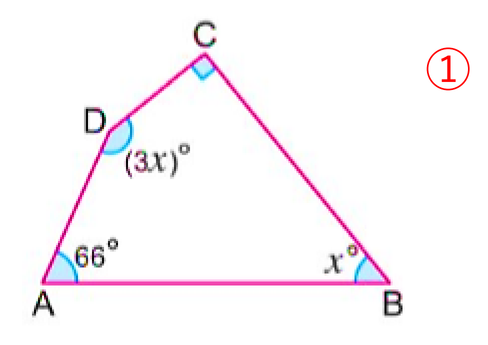
A شبه منحرف B معينا

C مستطيلا D مربعا

---

2 أوجد بالبرهان قيمة X في كل مما يأتي :

①



....

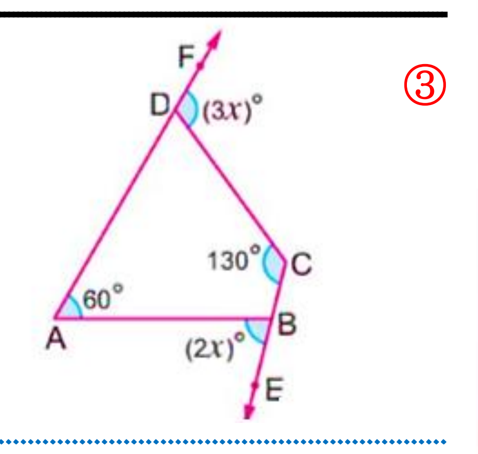
....

②

....

....

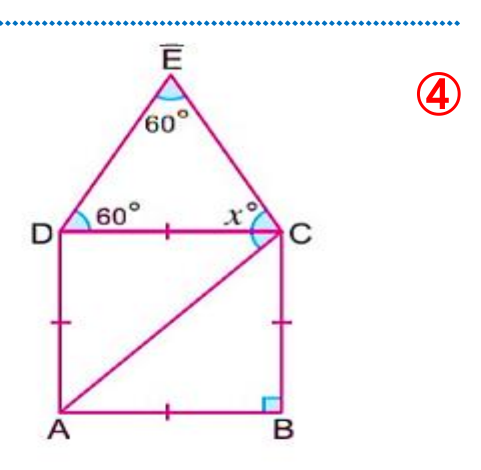
③



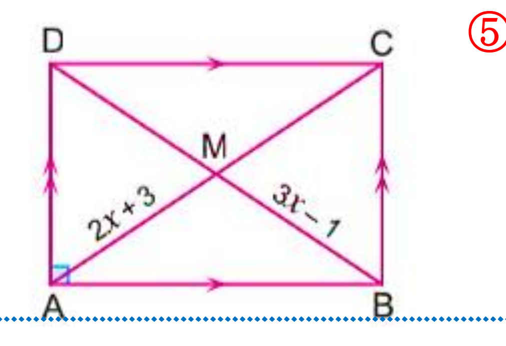
....

....

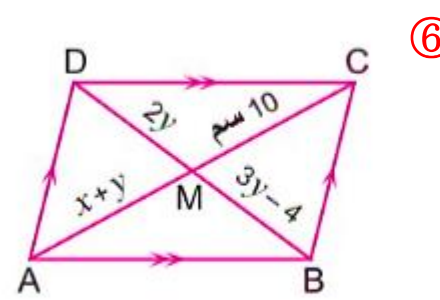
④

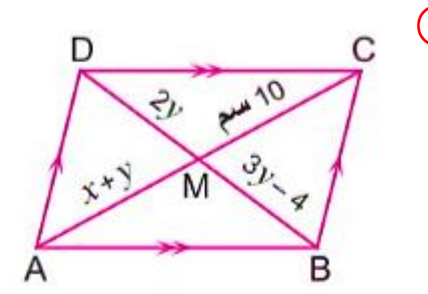


⑤



⑥





3 في الشكل المقابل :

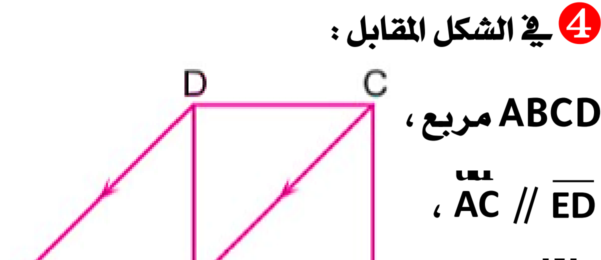
ABCD مربع .

$BD = 5a - 4$ ،

$MC = 2a - 1$

أوجد قيمة a ثم أوجد طول $\overline{AC}$

4 في الشكل المقابل :



ABCD مربع ،

$\overleftrightarrow{AC} \parallel \overline{ED}$ ،

$E \in \overrightarrow{BA}$

أثبت أن : $AE = AB$

5 في الشكل المقابل :

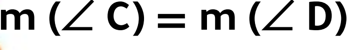
أثبت أن : ABCD متوازي أضلاع .

6 إذا كان ABCD متوازي أضلاع ،

$m(\angle B) = (3X + 37)^\circ$ ،

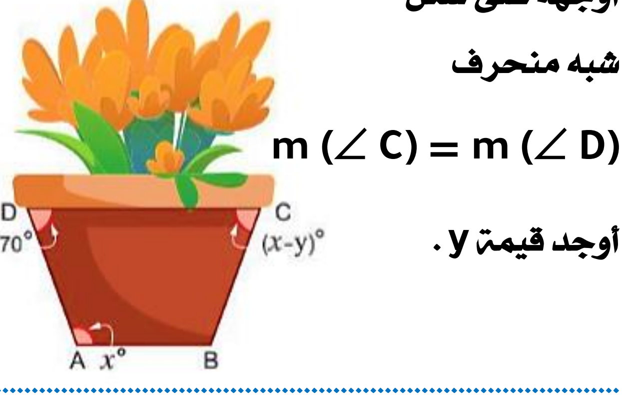
$m(\angle D) = (9X + 1)^\circ$ فما قياس $\angle C$ ؟

7 حوض للزهور أحد أوجهه على شكل شبه منحرف



$m(\angle C) = m(\angle D)$

أوجد قيمة y .



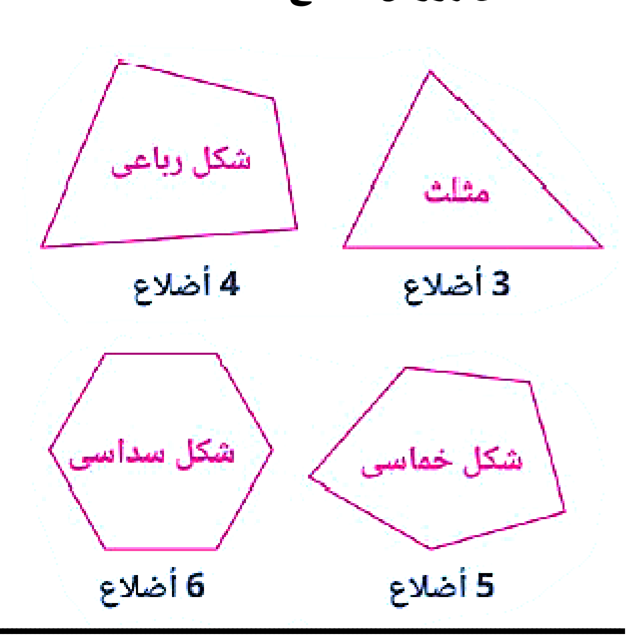
الدرس الأول 5

المضلعات

المضلع : المضلع هو شكل مستو مغلق يتكون من اتحاد ثلاث قطع مستقيمة أو أكثر حيث :

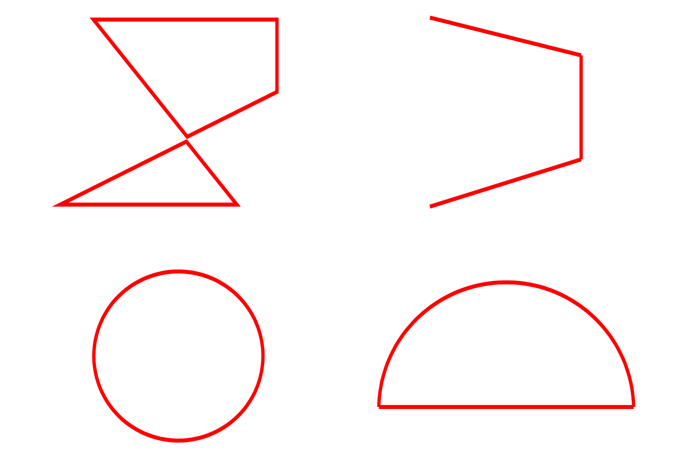
القطع المستقيمة تسمى أضلاع المضلع .

تتقاطع القطع المستقيمة عند الأطراف فقط في نقط تسمى رؤوس المضلع .



ملاحظة :

كل من الأشكال التالية لا تمثل مضلعا .



المضلع المحدب والمضلع المقعر

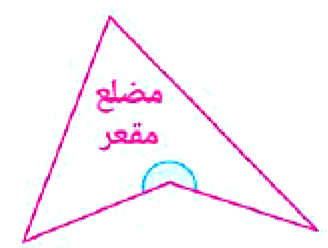
المضلع المحدب :

لا يحتوي على أي زاوية داخلة منعكسة



المضلع المقعر :

يحتوي على زاوية واحدة منعكسة على الأقل من زواياه الداخلة .



أمثلة :

1 أي من المضلعات الآتية محدب وأيها مقعر ؟

1 ....
....
....

2 ....
....
....

3 ....
....
....
....

2 ABCD شكل رباعي فيه : $m(\angle A) = 4X^\circ$ ، $m(\angle B) = 5X^\circ$ ، $m(\angle C) = 7X^\circ$ ، $m(\angle D) = 20X^\circ$ ، أوجد قيمة X ، ثم بين نوع الشكل من حيث كونه محدبا أم مقعرا .

$\because$ الشكل ABCD شكل رباعي .

$\therefore m(\angle A) + m(\angle B) + m(\angle C) + m(\angle D) = 360^\circ$

$\therefore 4X^\circ + 5X^\circ + 7X^\circ + 20X^\circ = 360^\circ$

$\therefore 36X^\circ = 360^\circ$

$\therefore X^\circ = 360^\circ \div 36 = 10^\circ$

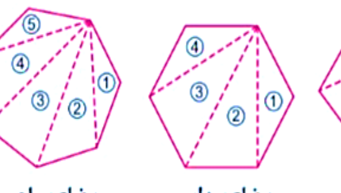
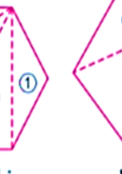
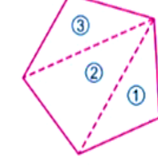
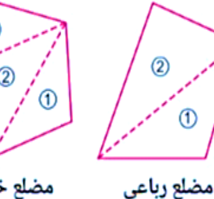
$\therefore m(\angle D) = 20 \times 10^\circ = 200^\circ$

(زاوية منعكسة)

$\therefore$ المضلع ABCD مضلع مقعر.

مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع

لإيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع المحدب ، نرسم كل الأقطار الممكنة من أحد رؤوسه ، فينقسم المضلع إلى مجموعة من المثلثات كما بالأشكال التالية :

تذكر أن : مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث يساوي 180°

المضلع	عدد الأضلاع	عدد المثلثات	مجموع قياسات الزوايا الداخلة
الرباعي	4	2	$2 \times 180^\circ = 360^\circ$
الخماسي	5	3	$3 \times 180^\circ = 540^\circ$
السداسي	6	4	$4 \times 180^\circ = 720^\circ$
السباعي	7	5	$5 \times 180^\circ = 900^\circ$
:	:	:	:
ذي عشرة أضلاع	10	8	$8 \times 180^\circ = 1440^\circ$

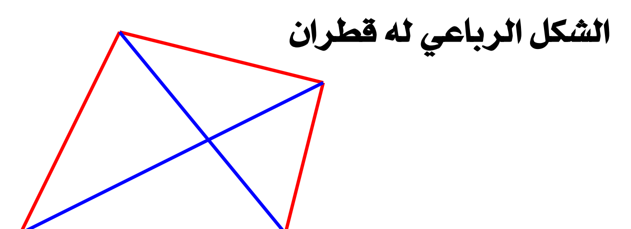
اكتشف العلاقة بين عدد أضلاع المضلع ، وعدد المثلثات الناتجة من رسم كل الأقطار الممكنة من أحد رؤوسه .

تذكر :

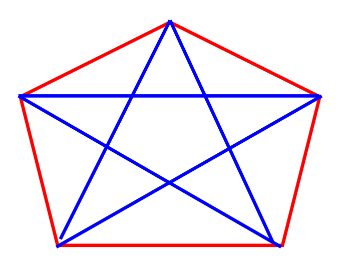
قطر المضلع هو القطعة المستقيمة الواصلة بين رأسين غير متتاليين من رؤوس المضلع .

فمثلا :

الشكل الرباعي له قطران



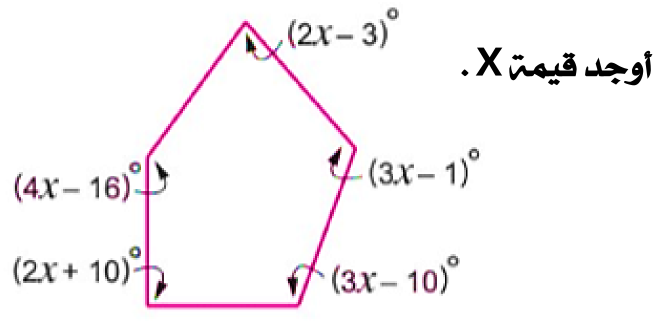
الشكل الخماسي له 5 أقطار



أمثلة :

❶ في الشكل المقابل :

أوجد قيمة X .



∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الخماسي 540°

$\therefore 2X + 3 + 3X - 1^\circ + 3X - 10^\circ + 2X + 10^\circ$

$+ 4X - 16^\circ = 540^\circ$

$\therefore 14X - 20^\circ = 540^\circ$

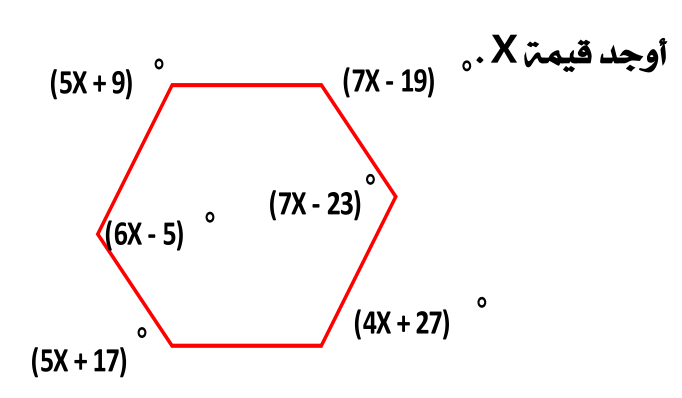
$\therefore 14X = 540^\circ + 20^\circ = 560^\circ$

$\therefore X = 560^\circ \div 14 = 40^\circ$

---

❷ في الشكل المقابل :

أوجد قيمة X .



....

....

....

....

....

....

....

....

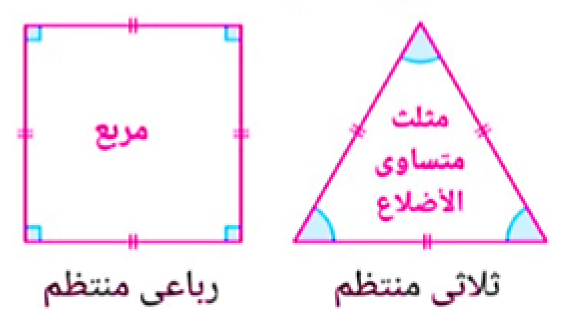
المضلع المنتظم

المضلع المنتظم هو مضلع تتحقق فيه الخاصيتان التاليتان :

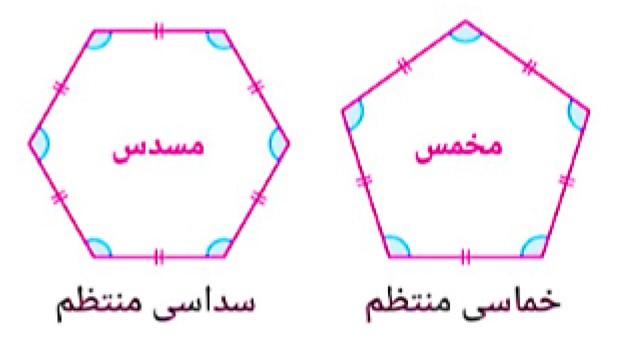
جميع أضلاعه متساوية في الطول .

جميع زواياه الداخلة متساوية في القياس .

أمثلة للمضلع المنتظم :



رباعي منتظم ثلاثي منتظم



سداسي منتظم خماسي منتظم

ملاحظة :

قياس كل زاوية داخلة من زوايا المضلع المنتظم = $\dfrac{\text{مجموع قياسات زواياه الداخلة}}{\text{عدد هذه الزوايا}}$

فمثلا :

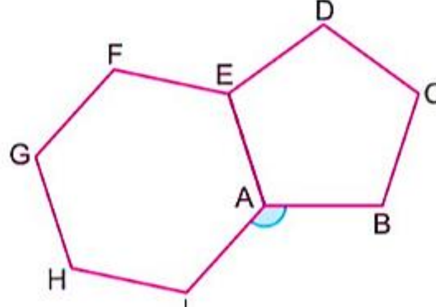
قياس زاوية واحدة من الزوايا الداخلة للمثلث المتساوي الأضلاع $180^\circ \div 3 = 60^\circ$

قياس زاوية واحدة من الزوايا الداخلة للمربع $360^\circ \div 4 = 90^\circ$

أمثلة :

❶ يتكون الشكل المقابل : من خماسي منتظم

وسداسي منتظم أوجد قيمة : $m(\angle IAB)$



ABCDE خماسي منتظم

$$m(\angle EAB) = 540^\circ \div 5 = 108^\circ$$

AEFGHI سداسي منتظم

$$m(\angle EAI) = 720^\circ \div 6 = 120^\circ$$

مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة واحدة يساوي 360°

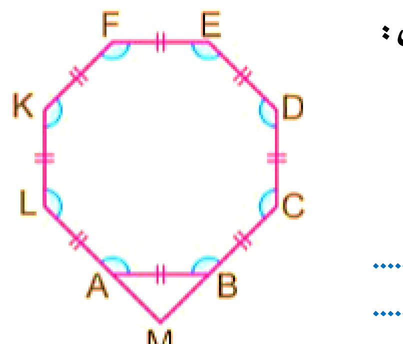
$$m(\angle IAB) = 360^\circ - (108^\circ + 120^\circ) = 132^\circ$$

---

❷ في الشكل المقابل :

أوجد :

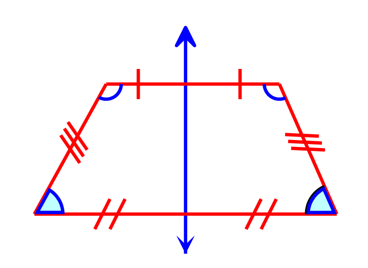
$m(\angle AMB)$



....
....
....
....
....
....
....
....
....

محاور التماثل في المضلعات

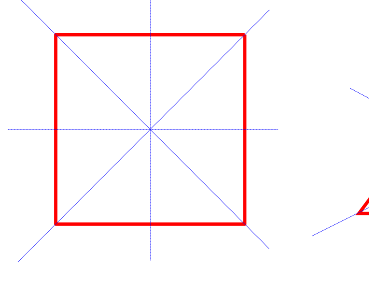
محور التماثل :



محور تماثل الشكل هو مستقيم يقسم الشكل إلى جزأين متماثلين ، وعند طي الشكل على طول محور التماثل ينطبق الجزأين تماما . وقد يكون للشكل محور تماثل واحد أو أكثر أو لا يوجد له محاور تماثل .

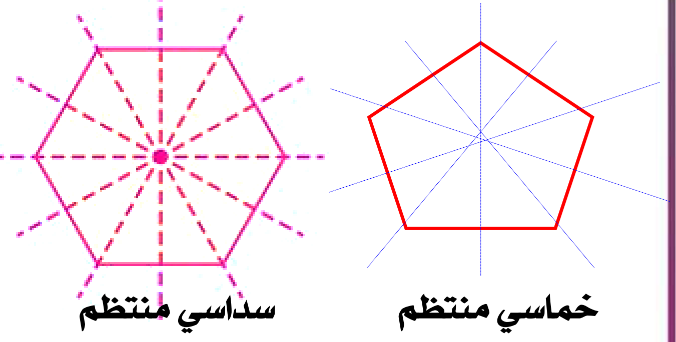
محاور تماثل المضلع المنتظم :

محور تماثل المضلع المنتظم هو مستقيم يمر بمركز المضلع ويقسمه إلى مضلعين متماثلين .



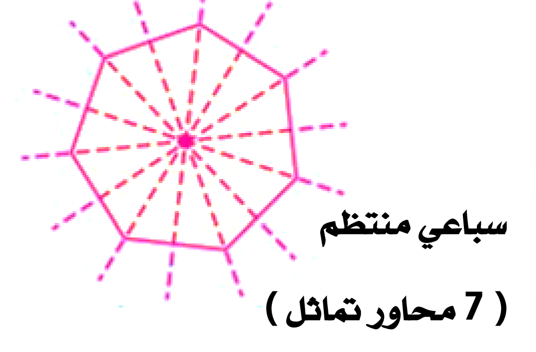
مثلث متساوي الأضلاع — (3 محاور تماثل)

مربع — (4 محاور تماثل)



خماسي منتظم — (5 محاور تماثل)

سداسي منتظم — (6 محاور تماثل)



سباعي منتظم — (7 محاور تماثل)

ما عدد محاور تماثل الشكل التالي ؟

....

هل كل المضلعات غير المنتظمة لا يوجد لها محاور تماثل ؟

....

ملاحظة :

عدد محاور التماثل للمضلع المنتظم يساوي عدد أضلاع المضلع .

أمثلة :

1 ما عدد محاور التماثل لكل شكل من الأشكال الآتية ؟

....

2 ارسم محاور تماثل كل من الأشكال الآتية واذكر عددها .

3 أوجد قياسات الزوايا المجهولة في الشكل التالي

2
126°
96°
90°
1
61°

....

تمارين ومسائل

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① أي من الزوايا الآتية يجب أن تكون إحدى زوايا المضلع الداخلة ليكون مقعرا ؟ ....

A المستقيمة B الحادة

C القائمة D المنعكسة

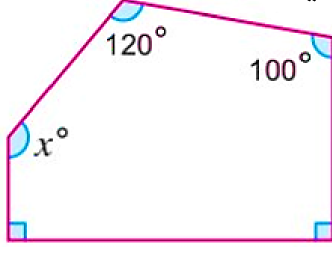
② ما عدد محاور التماثل لمضلع منتظم عدد أضلاعه 9 ؟ ....

A 9 B 7 C 18 D 11

③ ما قياس زاوية المضلع المنتظم الداخلة الذي عدد أضلاعه 10 ؟ ....

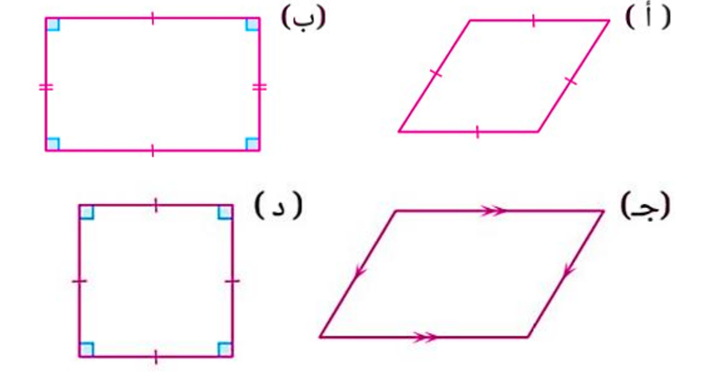
A 108° B 120° C 135° D 144°

④ في الشكل المقابل : ما قيمة X ؟



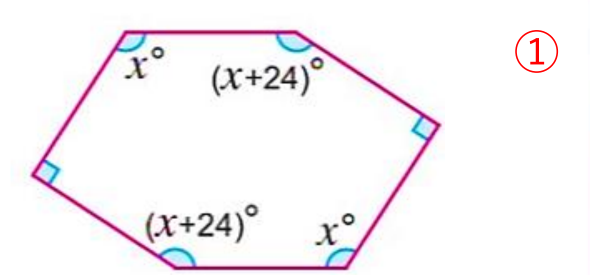
A 120° B 140° C 150° D 135°

2 أي من الأشكال الآتية ليس له محور تماثل ؟



3 في كل من الأشكال الآتية أوجد قيمة X ؟

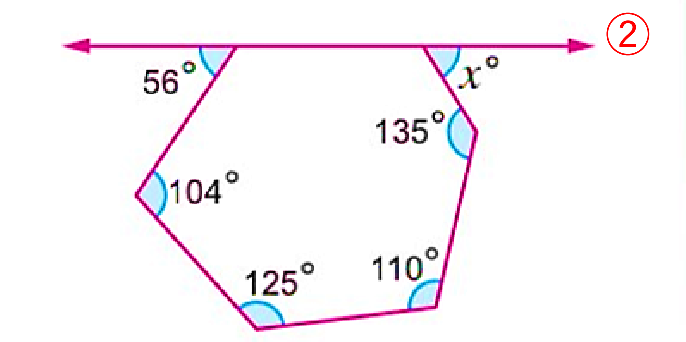
①



....

....

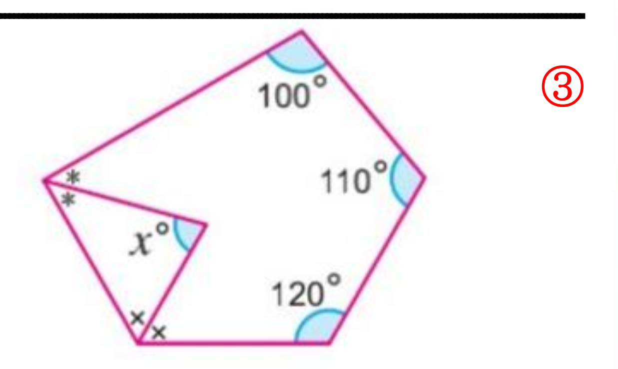
②



....

....

③



....

....

4 في الشكل المقابل :

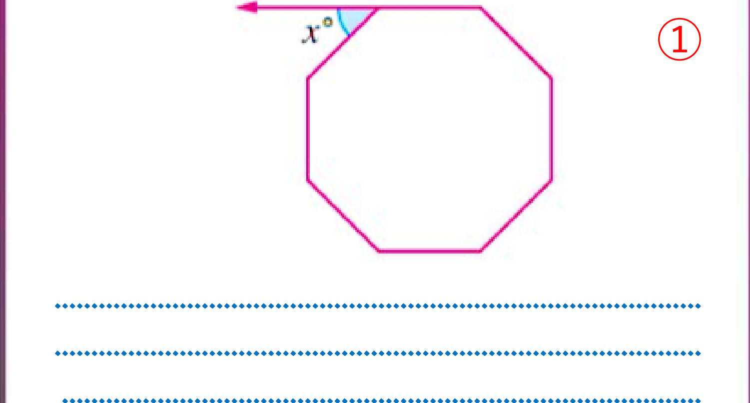
ABCDEF سداسي منتظم أوجد بالبرهان $m(\angle H)$.

E D F C H A B G

....
....
....
....

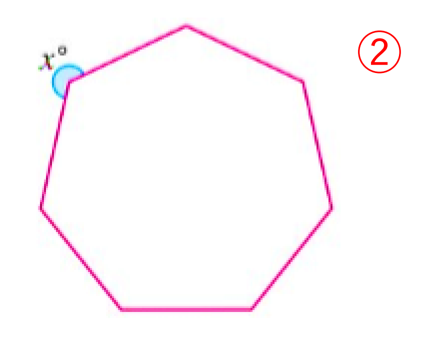
5 في كل مما يأتي المضلع منتظم ، أوجد قيمة X واذكر عدد محاور تماثل المضلع .

①



....
....
....

②



....
....

6 في الشكل المقابل :

أوجد قيم الزوايا المرقمة

145° 140° 93° 2 1 130° 136° 134°

....
....
....
....
....

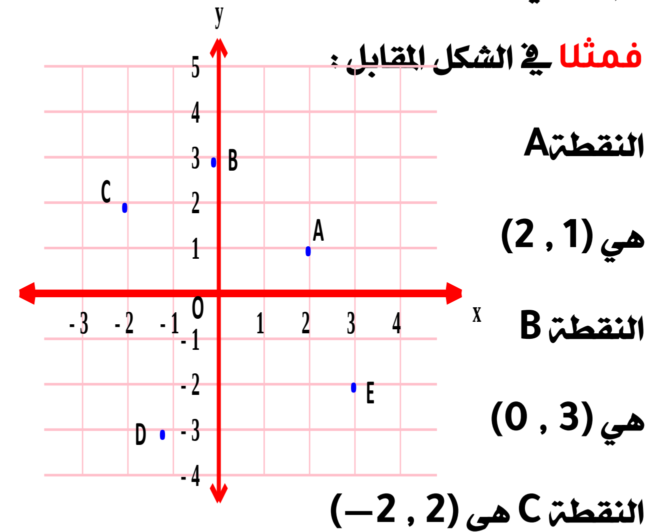
الدرس الأول 6

الإحداثيات

في هذا الدرس ، سوف نتعلم كيفية تمثيل النقط في مستوى الإحداثيات ، وإيجاد نقطة منتصف قطعة مستقيمة ، والذي سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية .

تعلمت فيما سبق تمثيل النقط في المستوى الإحداثي .

فمثلا في الشكل المقابل :



النقطة A هي (2 , 1)

النقطة B هي (0 , 3)

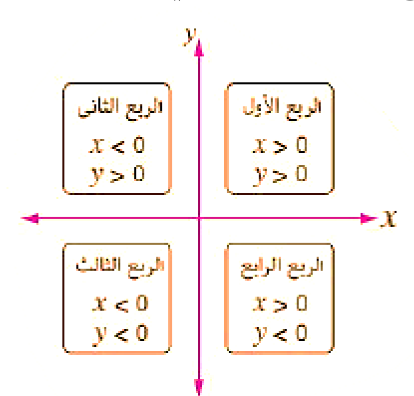
النقطة C هي (−2 , 2)

النقطة D هي (−1 , −3)

النقطة E هي (3 , −2)

النقطة O هي (0 , 0)

لاحظ إشارات إحداثيات النقط في كل ربع من أرباع المستوى الإحداثي .

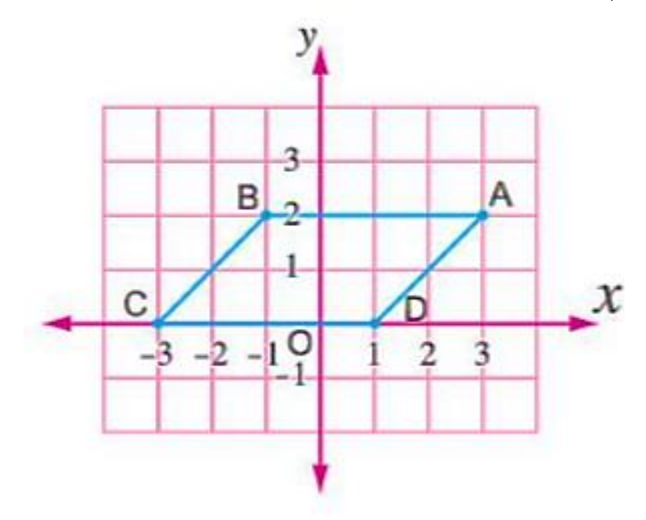


أمثلة :

1 مثل في المستوى الإحداثي النقط :

$A (3 , 2)$ ، $B (-1 , 2)$ ، $C (-3 , 0)$ ، $D (1 , 0)$

ثم أوجد مساحة الشكل ABCD



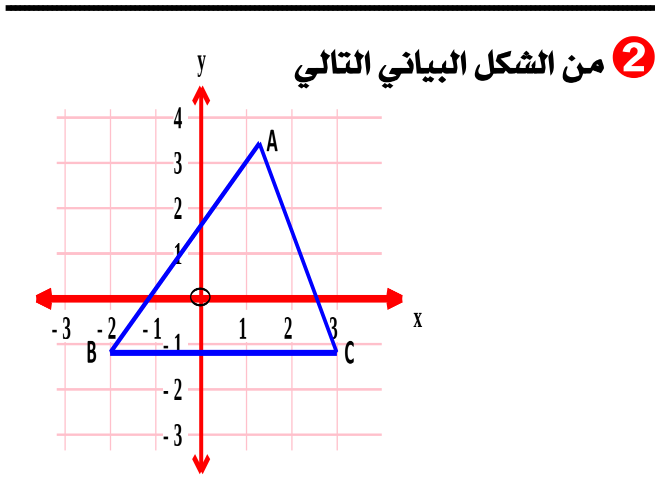
الشكل المرسوم ABCD متوازي أضلاع .

مساحته = طول القاعدة O الارتفاع المناظر لها

$= 4 \times 2 = 8$ وحدات مربعة .

---

2 من الشكل البياني التالي



عين إحداثيات رؤوس المثلث ABC ، ثم احسب مساحته .

....

....

....

....

ملاحظة :

- النقطة $(X , 0)$ تقع على محور X
- النقطة $(0 , y)$ تقع على محور y .

---

3 إذا كانت النقطة $A (4K + 4 , -K + 3)$ تقع على محور y ، فأوجد الربع الذي تقع فيه النقطة $B (-2K , 4K + 1)$

∵ النقطة $A (4K + 4 , -K + 3)$ تقع على محور y E الإحداثي X يساوي 0

$\therefore 4K + 4 = 0$ E $4K = -4$ $\therefore K = -1$

وبالتعويض عن قيمة K في النقطة B تكون $B (2 , -3)$

∴ النقطة B تقع في الربع الرابع .

---

4 إذا كانت النقطة $A (-3K , 2K - 4)$ تقع على محور X ، فأوجد الربع الذي تقع فيه النقطة $B (K - 6 , -3K)$

....

....

....

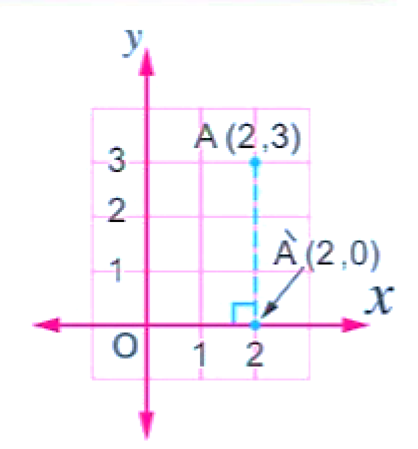
....

مسقط نقطة على محوري الإحداثيات

لإيجاد مسقط نقطة مثل $A (2 , 3)$ على كل من محور X ، محور y :

مسقط النقطة على محور X :

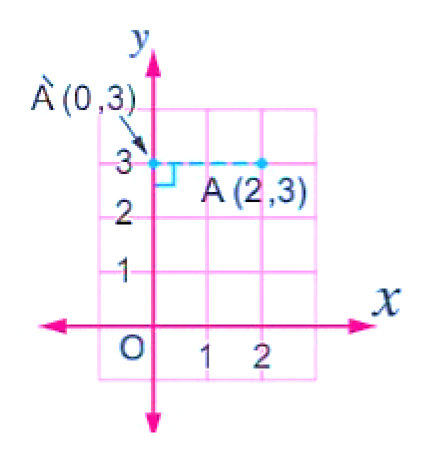
ارسم من النقطة A عمودا على محور X فيقطعه في النقطة $A' (2 , 0)$



فتكون النقطة (2 , 0) ´A هي مسقط النقطة (3 , 2) A على محور X .

مسقط النقطة على محور y :

ارسم من النقطة A عمودا على محور y فيقطعه في النقطة (3 , 0) ´A



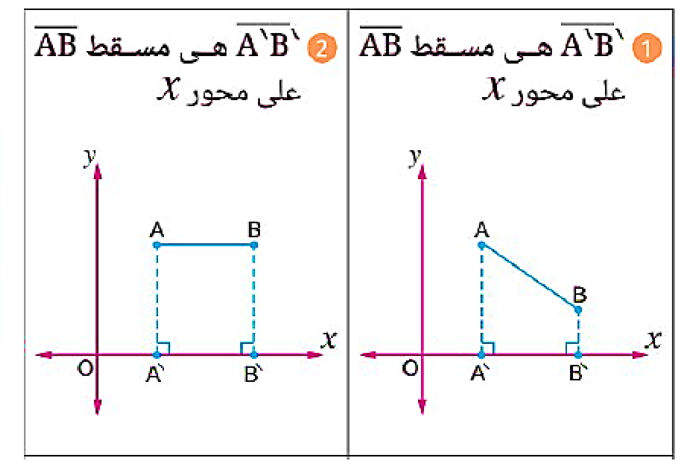
فتكون النقطة (3 , 0) ´A هي مسقط النقطة (3 , 2) A على محور y .

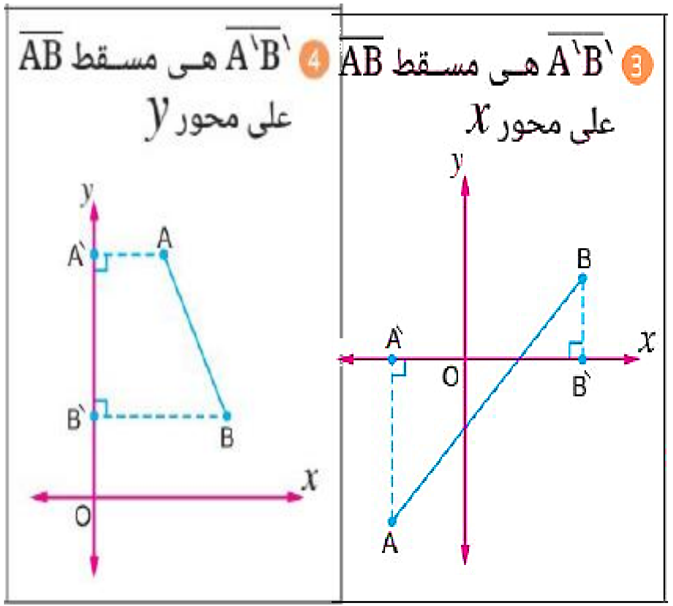
ملاحظة :

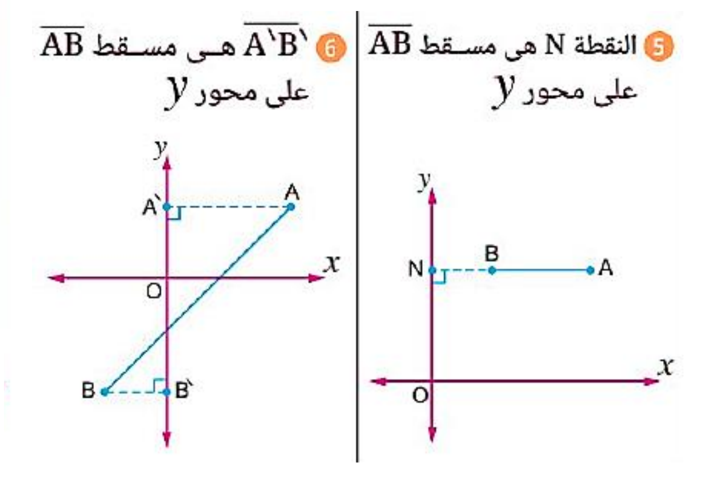
- إذا كانت النقطة تنتمي لمحور X فإن مسقطها على محور X هو نفسها .
- إذا كانت النقطة تنتمي لمحور y فإن مسقطها على محور y هو نفسها .

مسقط قطعة مستقيمة على محوري الإحداثيات

لإيجاد مسقط قطعة مستقيمة على أحد المحورين ، أوجد مسقط كل من نهايتها على هذا المحور في كل مما يلي لاحظ مسقط $\overline{AB}$ على محور X أو محور y .







ملاحظة :

طول مسقط قطعة مستقيمة أصغر من أو يساوي طول القطعة المستقيمة نفسها .

أمثلة :

❶ أوجد طول مسقط القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ على محور X حيث A (−3 , 4) ، B (2 , 2)

نرسم القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ في المستوى الإحداثي

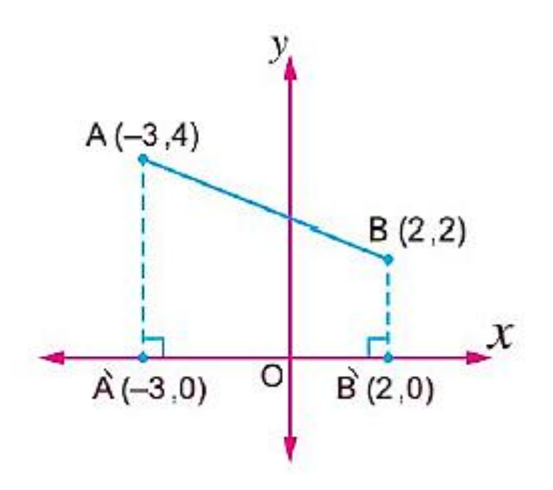
نرسم كل من A , B عموديا على محور X كما بالشكل .

فتكون النقطة (0 , 3−)´A هي مسقط النقطة A على محور X والنقطة (0 , 2)´B هي مسقط النقطة B على محور X .

وبالتالي القطعة المستقيمة ´A´B هي مسقط القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ على محور X .

$A´B´ = |2| + |-3| = 5$

أي أن طول ´A´B = 5 وحدات طول .



---

❷ ارسم في مستوى الإحداثيات $\overline{AB}$ حيث A (5 , 6) ، B (3 , 2) ، وحدد على الرسم

① مسقط $\overline{AB}$ على محور X

② مسقط $\overline{AB}$ على محور y ثم أوجد طول كل مسقط .

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

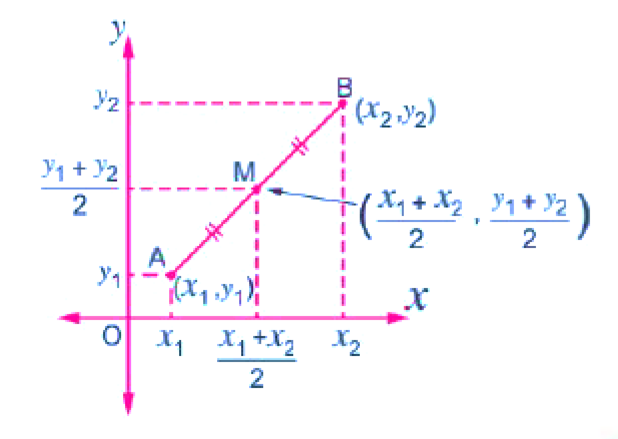
نقطة منتصف قطعة مستقيمة :

نقطة منتصف القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ هي نقطة تنتمي للقطعة المستقيمة $\overline{AB}$ وتكون على مسافتين متساويتين من نهايتها .

إذا كانت M هي نقطة منتصف $\overline{AB}$ حيث :

A (X_1 , y_2) ، B (X_2 , y_2) فإن :

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2} , \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$



أمثلة :

❶ أوجد إحداثي نقطة منتصف $\overline{AB}$ حيث
A (2 , −2) ، B (−6 , 8)

بفرض أن نقطة منتصف $\overline{AB}$ هي M

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$\left(\frac{2+(-6)}{2}, \frac{-2+8}{2}\right) = \left(\frac{-4}{2}, \frac{6}{2}\right)$$

$= (-2 , 3)$

---

❷ أوجد إحداثيى نقطة منتصف $\overline{AB}$ حيث :
A (1 , −6) ، B (5 , 2)

....
....
....
....

---

❸ إذا كانت النقطة M (0 , −3) في منتصف المسافة بين النقطتين A (X , −10) ، B (7 , y)
فأوجد قيمة كل من X , y

$\because (0 , -3) = \left(\frac{7+X}{2}, \frac{y-10}{2}\right)$

$\therefore \frac{7+X}{2} = 0 \quad \therefore 7 + X = 0$

$\therefore X = -7$

$\therefore \frac{y-10}{2} = -3 \quad \therefore y - 10 = -6$

$\therefore y = 4$

---

❺ إذا كانت النقطة M (3 , 5) في منتصف المسافة بين النقطتين A (X , 5) ، B (4 , y)
فأوجد قيمة كل من X , y

....
....
....
....

---

❻ إذا كان ABCD متوازي أضلاع حيث
A (−1 , 1) ، B (4 , 2) ، D (1 , 4)
فأوجد إحداثيي كل من :

① نقطة تقاطع القطرين ② الرأس C

بفرض أن M هي نقطة تقاطع القطرين
$\therefore$ M هي نقطة منتصف BD

، $\because$ M هي أيضا نقطة منتصف AC ،
وبفرض أن $C = (X_1 , y_1)$

$\therefore \left(\frac{-1+x_1}{2}, \frac{1+y_1}{2}\right) = (2.5 , 3)$

$\therefore \frac{-1+x_1}{2} = 2.5 \quad \therefore -1 + X_1 = 5$

$\therefore X_1 = 6$

$, \frac{1+y_1}{2} = 3 \quad \therefore 1 + y_1 = 6$

$\therefore y_1 = 5 \quad \therefore (6 , 5)$

---

❼ إذا كان ABCD متوازي أضلاع حيث
A (−4 , 2) ، B (4 , −2) ، C (9 , 1)
فأوجد إحداثيي كل من :

① نقطة تقاطع القطرين ② الرأس D

....
....

تمارين ومسائل

❶ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① في أي ربع تقع النقطة $(-4 , 3)$ ؟ ....

A الأول B الثاني C الثالث D الرابع

② إذا كانت نقطة الأصل هي منتصف $\overline{AB}$ ، وكانت A تقع في الربع الثاني ، في أي ربع تقع نقطة B ؟ ....

A الأول B الثاني C الثالث D الرابع

③ أي من النقط الآتية لا تقع على محور y ؟

A $(0 , -5)$ B $(3 , 0)$

C $(0 , 0)$ D $(0 , 2)$

④ إذا كانت $X < 0$ ، $y > 0$ ، في أي ربع تقع النقطة $(X , -y)$ ؟ .....

A الأول B الثاني C الثالث D الرابع

⑤ إذا كانت النقطة $(3 , K - 2)$ تقع على محور X فما قيمة K ؟ ....

A -3 B -2 C 2 D 3

⑥ ما النقطة التي تمثل مسقط النقطة $(-3 , 5)$ على محور X ؟ ....

A $(0 , 5)$ B $(-3 , 0)$

C $(3 , -5)$ D $(-3 , 5)$

⑦ ما النقطة التي تمثل مسقط النقطة $(-3 , 5)$ على محور y ؟ ....

A $(0 , 5)$ B $(-3 , 0)$

C $(3 , -5)$ D $(-3 , 5)$

① إذا كانت النقطة (a , b) تقع في الربع الثالث فإن الربع الذي تقع فيه النقطة $(-2a , b - 6)$ هو ....

A الأول B الثاني C الثالث D الرابع

---

❷ إذا كانت النقطة $(a - 2 , 3a + 9)$ تقع على محور X ، أوجد الربع الذي تقع فيه النقطة $(a , 6 - a)$

....

....

---

❸ أوجد طول مسقط القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ على محور X في كل من الحالات الآتية :

① $A (-2 , 1)$, $B (3 , 6)$

....

....

....

② $A (-4 , 3)$, $B (-2 , 3)$

....

....

....

③ $A (5 , 5)$, $B (5 , -1)$

....

....

....

---

4 إذا كانت النقطة $C(-2, 7)$ هي منتصف $\overline{AB}$ ، حيث $A(4, y)$ ، $B(X, -2)$ فأوجد كلا من X ، y

---

5 إذا كان ABCD معينا ، حيث $A(3, 5)$ ، $B(12, -3)$ ، $C(13, 9)$ أوجد إحداثيي كل من

① نقطة تقاطع القطرين

② الرأس D

---

6 إذا كانت $A(-7, 13)$ ، $B(3, 5)$ أوجد إحداثيات النقط التي تقسم $\overline{AB}$ إلى أربعة أجزاء متساوية في الطول .

---

7 إذا كانت $A(3, -1)$, $B(-1, -1)$ ارسم المربع ABCD بحيث تقع النقطة C في الربع الثاني .

---

8 في الشكل التالي :

إذا كانت C , E هما منتصفا AB , BD على الترتيب فأوجد إحداثيي النقطة D